Ednilson Sergio Ramalho de Souza

MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FÍSICA

Volume II

Efeitos na sofisticação argumentativa

Rfb Editora

MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FÍSICA

Volume II

Efeitos na sofisticação argumentativa

Ednilson Sergio Ramalho de Souza

Volume 2

Modelagem matemática no ensino de física: efeitos na sofisticação argumentativa

1ª Edição

Belém-PA

Rfb Editora

2020

https://doi.org/10.46898/rfb.9786599097881

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP).

M689

Modelagem matemática no ensino de física: efeitos na sofisticação argumentativa [recurso digital] / Ednilson Sergio Ramalho de Souza. – 1. ed. 2 vol. – Belém: Rfb Editora, 2020.
3730 kB; PDF: il.
Inclui Bibliografia.
Modo de acesso: www.rfbeditora.com.
ISBN: 978-65-990978-8-1.
Faz parte da coleção Modelagem matemática no ensino de física.
1. Uma teoria cognitiva para modelo matemático. 2. Argumentação científica. 3. Ciclo de modelagem e sofisticação argumentativa. I. Souza, Ednilson Sergio Ramalho de. II. Título.

CDD 530.07

Elaborado por:

Rfb Editora

Coleção
Modelagem Matemática no Ensino de Física.

Diagramação e arte da capa
Laiane Borges de Souza.

Imagem da capa
Roberto Rossatto-Acrylic and gold leaf abstract
https://pin.it/1phL5XU

Revisão de texto
O autor.

Rfb Editora

Home Page: www.rfbeditora.com.
E-mail: adm@rfbeditora.com.
CNPJ: 36.972.053/0001-11.
Belém, Pará, Brasil.

SUMÁRIO

PERSPECTIVAS INICIAIS

No primeiro volume da coleção "Modelagem Matemática no Ensino de Física", fez-se um estudo sobre as possibilidades e desafios do ciclo de modelagem na visão de futuros professores de física. Neste segundo volume da mesma coleção, o objetivo é compreender como o uso de múltiplos registros de representação pode favorecer a sofisticação argumentativa em ciclos de modelagem no contexto do ensino de física.

A aprendizagem em física constitui, com efeito, um campo de estudo fértil para analisar atividades cognitivas fundamentais, como a conceitualização, a resolução de problemas, a compreensão de textos, a argumentação científica. Essas atividades cognitivas requerem a utilização de sistemas de expressão e de representação como as escrituras para os números, notações simbólicas para os objetos, escritura algébrica, figuras geométricas, representações em perspectivas, gráficos cartesianos, diagramas, esquemas etc. Esses sistemas semióticos são imprescindíveis para a argumentação científica ou são apenas um modo apropriado para a função de comunicação?

A tese principal aqui defendida é que as representações semióticas, ou seja, os sistemas de expressão e de comunicação, além da linguagem natural e das imagens, não são apenas úteis para fins de comunicação no processo de aprendizagem, são indispensáveis ao desenvolvimento da argumentação científica e dos atos cognitivos subjacentes a tal argumentação. Isso porque "o desenvolvimento das representações mentais efetua-se como uma interiorização das representações semióticas..." (DUVAL, 2009, p. 17). Por exemplo, a argumentação que se faz por meio da interpretação de um gráfico cartesiano somente pode ocorrer quando o sujeito internaliza o significado das curvas (retas, parábolas) formadas pela união dos pares ordenados (x,y) no plano cartesiano no contexto da situação modelada.

Nesse radar, um dos problemas bastante comum é a dificuldade que alguns estudantes apresentam para verbalizar seus pensamentos durante a argumentação científica no ciclo de modelagem. Talvez essa dificuldade esteja relacionada ao tipo de registro de representação que esses estudantes mobilizam durante tal argumentação. Essa suposição ganha aval quando se observa empiricamente em sala de aula que os discentes que apresentam habilidades argumentativas recorrem normalmente a uma diversidade de registros de representação no episódio discursivo. Parece realmente haver uma ligação entre o uso desses registros representativos e a sofisticação argumentativa dos estudantes.

Assim, no capítulo 1 deste livro, com suporte na teoria dos registros de representação de Raymond Duval, serão realizadas discussões sobre a ideia de modelo matemático numa perspectiva cognitiva. Em seguida, tratar-se-á sobre o conceito de argumentação científica na visão de diferentes autores, tais como Leitão (2011), Sasseron e Carvalho (2011), Justi (2015), Vieira e Nascimento (2013), Toulmin (2006). No capítulo 3, com base nas discussões propostas por Souza (2018), o foco será sobre o efeito do ciclo de modelagem na sofisticação argumentativa de futuros professores de física.

CAPÍTULO 1

UMA TEORIA COGNITIVA PARA MODELO MATEMÁTICO

Modelo matemático: ideias primeiras

Numa visão cognitiva, pode-se dizer que "[...] uma representação é uma notação ou signo ou conjunto de símbolos que 're-presenta' algo para nós, ou seja, ela representa alguma coisa na ausência dessa mesma coisa (FERNADES, 2000, p. 10).

Segundo Raymond Duval (2009), Piaget recorre à noção de representação como "**evocação dos objetos ausentes**" (p. 30, grifos do autor). Ainda segundo este autor, as representações podem ser classificadas de acordo com as oposições interna/externa e consciente/não-consciente (Quadro 1).

Quadro 1-Tipos e funções das representações.

	Interna	**Externa**
Consciente	Mental • Função de objetivação	Semiótica • Função de objetivação • Função de expressão • Função de tratamento intencional
Não-consciente	Computacional • Função de tratamento automático ou quase instantâneo.	

Fonte: Duval (2009, p. 43).

Percebe-se que Duval (2009) classifica as representações em três grandes tipos: mental, semiótica e computacional. As representações mentais são internas e conscientes, não necessitam de um significante para representar o objeto. As representações semióticas também são conscientes, mas externas; necessitam de um significante (símbolo, reta, sons...) para representar o objeto. As representações computacionais são internas e não conscientes, podem ser algoritmizáveis sem a necessidade de significante, os modelos mentais[1] de Johnson-Laird são exemplos desse tipo de representação.

Fernandes (2000) informa que as representações externas são utilizadas principalmente na comunicação entre os indivíduos. As internas são utilizadas no processamento mental (pensamento). Dentre as representações externas, podemos distinguir a pictórica (tabelas, figuras, diagramas) e as linguísticas (palavra escrita ou falada). As representações internas são utilizadas pela mente e podem ser divididas didaticamente em distribuídas (redes neurais artificiais) e simbólicas (proposicionais do "tipo-linguagem" e analógica). Toda representação externa é semiótica e muitas representações mentais são representações semióticas interiorizadas (DUVAL, 2008, p. 31).

[1]De acordo com Moreira (1996, p. 193) os modelos mentais são representações internas construídas para compreender e agir sobre determinada situação.

Desse modo, uma representação (semiótica, mental ou computacional) tem a função de "estar no lugar" na ausência do objeto representado. As representações podem ser externas, no caso das representações semióticas, ou internas, no caso das representações mentais e computacionais. Sendo que as representações mentais são conscientes, originando-se muitas vezes da interiorização de representações semióticas. As representações computacionais são formadas inconscientemente pelo sujeito. E o que entender pelo termo "modelo"?

Bassanezi (2004) argumenta que ao se procurar refletir sobre uma parte da realidade na tentativa de explicar, de entender, ou de agir sobre ela, o processo comum é selecionar argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: *o modelo*.

Depreende-se da citação de Rodney Bassanezi que um modelo deve ser funcional no sentido de possibilitar interpretações (explicações e descrições). O que pode ser corroborado por Pinheiro (2001, p. 38) "Os modelos, devido à sua flexibilidade, podem desempenhar diversas funções, às vezes até simultaneamente. Eles podem servir para compreender, explicar, prever, calcular, manipular, formular".

Borges (1997) contribui ressaltando que,

> Um modelo pode ser definido como uma representação de um objeto ou uma ideia, de um evento ou de um processo, envolvendo analogias Portanto, da mesma forma que uma analogia, um modelo implica na existência de uma correspondência estrutural entre sistemas distintos. Se isso não fosse assim, os modelos teriam pouca utilidade (p. 207).

Esse autor argumenta que, quando uma coisa é análoga a outra, implica que uma comparação entre suas estruturas é possível. E a analogia é o veículo que expressa os resultados de tal comparação. Analogias são, portanto, ferramentas para o raciocínio e para a explicação.

Entende-se, portanto, que um modelo é uma representação de alguma coisa que deve ser funcional, isto é, deve possibilitar interpretações por meio de analogias entre o representante e o representado. Em outras palavras, enquanto uma modelo pode sustentar justificativas científicas, uma representação não teria essa função justificatória.

Por exemplo, o modelo de um motor de carro (uma planta, uma maquete, um protótipo) deve permitir que o engenheiro o explique e o descreva visando tomar decisões a partir da interpretação desse modelo. Para um leigo, essa representação de motor não será um modelo, visto que não possibilitará nenhuma justificativa científica, não será funcional. Será uma representação sem interpretação científica, apenas estará no lugar do motor na ausência deste.

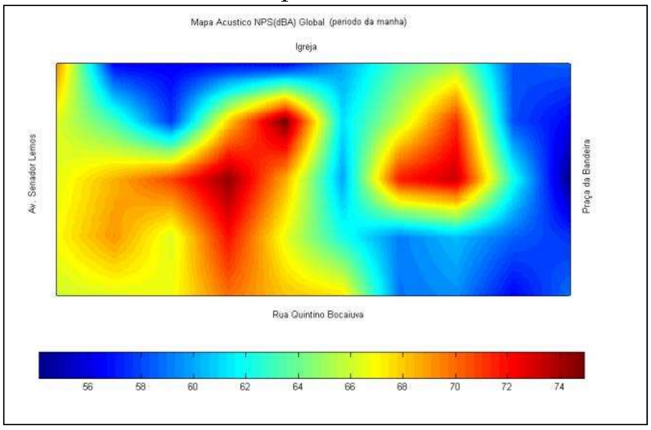
É certo afirmar que as interpretações baseadas em uma representação dependem, entre outras coisas, do conhecimento prévio (do repertório cognitivo) do sujeito. Desta maneira, a distinção entre esses dois termos (representação e modelo) não é algo trivial, ocorre em âmbito mental, em âmbito cognitivo.

Talvez agora seja possível lançar compreensões sobre o termo "modelo matemático".

Considerando o exposto acima, somos levados a considerar que um modelo matemático é uma representação matemática que possui certa funcionalidade, isto é, possibilita interpretação e ação (tomada de decisão) sobre o objeto de estudo; é uma representação matemática que deve servir para explicar ou descrever cientificamente alguma coisa. Isso implica que a distinção entre representação matemática e modelo matemático é interna ao sujeito, ocorre em função de seu repertório de conhecimentos.

O mapa acústico da Figura 1 poderá ajudar a exemplificar essa reflexão.

Figura 1-Mapa acústico construído durante uma atividade de modelagem matemática. Modelo matemático ou representação matemática?



Fonte: Rozal (2007, p. 109).

Esse mapa acústico pode ser considerado um modelo matemático? Ele propicia alguma informação matemática que possa ser deduzida por inferência? Pode-se predizer alguma tendência matemática? Pode-se explicar ou descrever o objeto representado?

Vamos analisar essas perguntas de duas maneiras: uma análise ingênua do mapa não seria capaz de inferir informações matemáticas implícitas, não conseguiria predizer alguma tendência matemática significativa. Uma pessoa mais experiente, habilidosa e capacitada ao ler esse tipo de mapa provavelmente inferiria informações matemáticas e físicas implícitas na figura. Poderia, com certa facilidade, predizer algum comportamento matemático ou físico. No primeiro caso, a figura seria uma representação matemática. No segundo, seria uma representação do tipo modelo matemático.

Depreende-se desse exemplo que o conceito de modelo matemático se torna *relativo* quando se leva em consideração o conhecimento prévio do indivíduo. Ou seja, o que é modelo matemático para um sujeito pode não ser para outro.

O significado e o sentido de uma representação matemática dependem da relação que se constrói com ela durante sua elaboração ou construção. Por isso, acreditamos que um ciclo investigativo[2] possa favorecer essa significação, possibilitando a interpretação de modelos matemáticos construídos no ciclo.

A discussão sobre esses dois termos (representação matemática e modelo matemático) torna-se importante para que o professor reflita que uma equação, tabela ou gráfico podem ser apreendidos de forma diferente pelos alunos. Uns podem compreendê-los como um modelo matemático, interpretando-os de maneira científica; outros, como simples representações matemáticas, sem usá-las para explicar ou descrever.

Acredita-se que os discentes que compreendem as equações e fórmulas como modelos matemáticos apresentam resultados mais eficazes nas atividades de resolução de problemas. Sendo assim, o grande papel do professor seria favorecer a construção cognitiva de modelos matemáticos em sala de aula.

Considerando o que argumenta Duval (2009) sobre a função cognitiva de coordenação de registro de representação, a construção cognitiva de modelos matemáticos pode ser favorecida quando o sujeito consegue identificar o objeto matemático que está subjacente ao problema investigado.

Para que se possa dar significado a uma representação matemática é necessário explorar cognitivamente suas diversas representações semióticas. É essencial saber discriminar o objeto matemático de sua representação, pois, "[...] não se pode ter compreensão em matemáticas, se nós não distinguimos um objeto de sua representação" (Duval, 2009, p. 14).

Nesse radar, a compreensão de um modelo matemático pode ser favorecida quando o discente consegue distinguir o objeto matemático de sua representação semiótica. O acesso ao objeto matemático se faz por meio de suas várias representações semióticas (DUVAL, 2008). Não temos acesso direto ao objeto matemático, somente às suas representações semióticas. "*Como podemos não confundir um objeto e sua representação se não temos acesso a esse objeto a não ser por meio de sua representação?*" (p. 21, grifos do autor).

Essa questão da confusão que se faz do objeto matemático com sua representação tem graves implicações didáticas e tem levado muitos discentes a manipularem os diversos registros de representação do mesmo objeto matemático (tabelas, gráficos, equações...) pensando estar manipulando objetos matemáticos diferentes. Para que eles possam distinguir as várias maneiras de representar o mesmo objeto matemático é necessário que tomem consciência do tipo de objeto matemático representado por uma classe de registro de representação. E isso é uma tarefa docente, pois por si só o estudante dificilmente fará a distinção entre um registro e o objeto matemático que ele representa.

Sendo assim, considera-se nessa pesquisa que a coordenação e a interpretação dos vários registros de representação referentes a um mesmo objeto matemático contribuem de alguma maneira para a construção cognitiva de modelos matemáticos. Essa assertiva está baseada no fato de que a coordenação de dois registros semióticos ser possível quando se compreende o objeto

[2] Um ciclo investigativo seria uma sequência didática com foco em habilidades investigativas, tais como: levantamento de hipóteses, pesquisa teórica e de campo, produção e organização de dados, comunicação dos resultados.

matemático subjacente (Duval, 2008). Nessa direção, postula-se que não basta simplesmente os alunos manipularem tabelas, gráficos, equações durante os ciclos investigativos; mas tomarem consciência que um mesmo objeto matemático pode ser representado de diferentes maneiras e que tais representações podem ser convertidas uma na outra no ciclo investigativo.

Duval salienta que a transformação de registros representativos durante a apreensão de um objeto matemático pode ocorrer de duas maneiras, pelo tratamento e pela conversão.

Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo sistema de registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria.

Um tratamento é a transformação de uma representação obtida como registro inicial em uma representação considerada como registro terminal em relação a uma questão, a um problema ou a uma necessidade, os quais fornecem o critério de "chegada" na série de transformações efetuadas. O tratamento é uma transformação de representação interna a um registro de representação ou a um sistema.

Ao contrário do que se possa imaginar precipitadamente, o tratamento não é específico dos registros matemáticos, pode ocorrer, por exemplo, nos registros do discurso da língua natural[3]: a paráfrase reformula um enunciado dado em outro, seja para substituí-lo, seja para explicá-lo. Ou seja, a paráfrase é uma transformação interna (tratamento) ao registro do discurso na língua natural (DUVAL, 2009, p. 57). Genericamente, pode-se dizer que o tratamento de uma representação semiótica corresponde a sua expansão informacional.

A sequência de transformações a seguir é um exemplo muito comum de tratamento realizado no registro algébrico.

$$3x^2 + 5x - 8 = 0$$
$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = 5^2 - [4\; x\; 3\; x\; (-8)]$$
$$\Delta = 121$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$x \frac{= -5 \pm 11}{6}$$
$$x_1 = 1\; e x_2 = -2{,}7$$

O resultado (expansão informacional) do tratamento no sistema de registro algébrico corresponde aos pontos de chegada $x_1 = 1$ e $x\,_2 = -2{,}7$.

[3]Segundo o professor Erasmo Borges (UFPA-IEMCI) durante mesa redonda do Colóquio Educação em Ciências e Matemáticas: perspectivas interdisciplinares (2009), a língua natural corresponde aos diferentes idiomas falados (Português, Francês, Inglês), já a língua materna corresponde à língua do local onde a pessoa nasce (língua nativa).

As regras para expandir ou para tratar uma representação são definidas como regras que, uma vez aplicadas, resultam em uma representação de mesmo registro que a de partida. São regras que se processam em duas direções. Certas regras de tratamento não são de forma alguma específicas a um registro de representação. É o caso das regras de derivação: elas são comuns a todos os raciocínios do tipo dedutivo. Porém, esses raciocínios podem ser efetuados no registro de uma língua formal tanto quanto naquele da língua natural (DUVAL, 2009). O físico pode deduzir uma equação diferencial a partir da observação de um fenômeno considerado real usando as mesmas regras de derivação que o matemático usa para fazer demonstrações abstratas.

Duval (2009) nos informa que existem dois tipos principais de tratamentos que interferem na aprendizagem e que se complementam: os tratamentos quase-instantâneos e os tratamentos intencionais. Os primeiros são aqueles efetuados sem a necessidade de um intervalo de tempo muito longo, "produzem as informações e significações em que um sujeito tem imediatamente consciência" (p. 50). Esses tratamentos correspondem à familiaridade ou à experiência que um sujeito obtém devido uma longa prática. Eles não requerem um controle consciente para serem efetuados. Por exemplo, o tratamento para o cálculo de $\frac{d}{dx}[3x^2]$ é realizado de forma imediata pelo matemático experiente, sem que este recorra, de forma consciente, às regras de derivação.

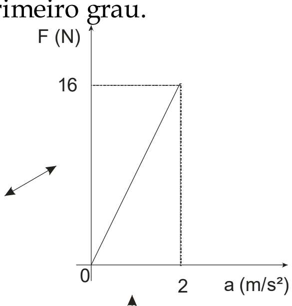
Os tratamentos intencionais necessitam de um controle consciente para serem efetivados. Apoiam-se sobre aquilo que o sujeito "vê" ou "nota" de maneira quase-instantânea (DUVAL, 2009, p. 52). Podem apenas ser realizados um depois do outro e são sensíveis ao número de elementos necessários ao raciocínio. A resolução de $\frac{d}{dx}[3x^2 + 3x - 8]$ necessita de um tratamento intencional para ser efetivado, pois o sujeito precisa raciocinar deliberadamente para chegar a um resultado satisfatório.

Toda a atividade cognitiva humana repousa sobre a complementaridade desses dois tipos de tratamentos (quase-instantâneos e intencionais). Sendo dada a não extensibilidade da capacidade de tratamento intencional, a diferença das performances cognitivas entre os sujeitos depende da diversidade e da arquitetura dos tratamentos quase-instantâneos dos quais eles dispõem. "O conjunto de tratamentos dos quais um sujeito dispõe determina o nível e o horizonte epistêmicos para a aplicação de tratamentos intencionais". (Duval, 2009, p. 52)

Outro tipo de transformação de registro de representação muito como em um ciclo investigativo é a conversão semiótica. "Converter é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro" (DUVAL, 2009, p. 58). Segundo este autor, substantivos do tipo "tradução", "ilustração", "transposição", "interpretação", "codificação" etc. são operações que a uma representação de um registro inicial fazem corresponder uma outra representação num outro registro final, ou seja, a conversão é uma transformação externa em relação ao registro da representação de partida.

Figura 2- Coordenação entre registros de representação por meio da atividade de conversão: tabela, gráfico e equação algébrica são três tipos de registros para o mesmo objeto matemático função do primeiro grau.

a (m/s²)	F (N)
0	0
2	16
4	32
6	48



$F = 8\,a$

Fonte: Souza (2010).

Cada registro de representação possibilita uma interpretação peculiar do problema. A tabela permite identificar relações entre as variáveis dependentes e independentes de forma pontual. O gráfico permite construir um traçado (reta) para melhor analisar a tendência da situação. A equação permite fazer previsões de forma mais abrangentes por meio de processos de derivação e de integração.

A conversão semiótica implica a mudança no procedimento de interpretação. O conteúdo da representação de chegada suscita interpretação diferente da representação de partida. A conversão requer que se perceba a diferença entre a forma e o conteúdo da representação. Sem a percepção dessa diferença a atividade de conversão torna-se impossível ou incompreensível (DUVAL, 2009).

Diferentemente das regras de tratamento, salvo algumas exceções, as regras de conversão são de direção única "...as regras de conversão não são as mesmas segundo o sentido no qual a mudança de registro é efetuada" (DUVAL, 2009, p. 61). Por exemplo, para quantos enunciados em língua natural é possível converter a equação $5x = 10$? Talvez por isso "...a conversão das representações semióticas constitui a atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil de adquirir para a grande maioria dos alunos" (p. 63).

Observando-se relatos de alunos em ciclos investigativos, verifica-se que alguns deles têm dificuldades de passar de um gráfico cartesiano a uma equação algébrica. Isso porque a atividade de conversão exige custo cognitivo bem maior que a atividade de tratamento. O uso do computador pode auxiliar nessa tarefa, no entanto, não podemos preterir a importância cognitiva de se usar "lápis e papel" na construção cognitiva de modelos matemáticos.

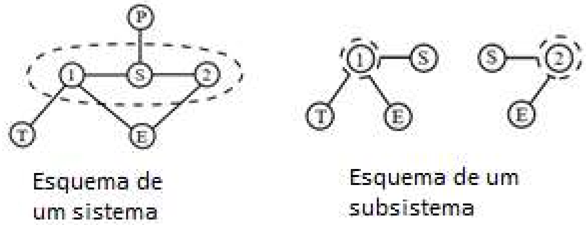
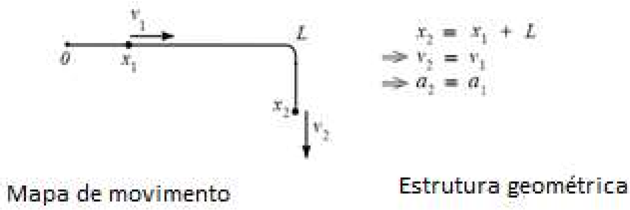
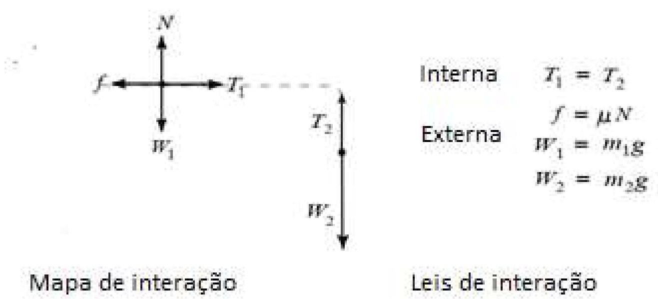
Modelo matemático: ideias outras

O objetivo agora é discutir sobre algumas proposições cognitivas visando ressignificar a ideia de modelo matemático entendido muitas vezes como uma mera equação matemática. Com base na teoria da modelagem (HESTENES, 2010), argumentarei que um modelo matemático pode ser caracterizado em duas dimensões complementares: a epistemológica e a cognitiva. Esse "novo olhar" é importante quando se deseja investigar problemas complexos com referência no que se considera realidade, momento em que entra em jogo saberes relacionados ao conhecimento científico e à cognição humana.

Na dimensão epistemológica, um modelo matemático envolve uma estrutura sistêmica representada por diagramas, por esquemas e especifica a composição, o ambiente e as conexões do sistema modelado. Envolve uma estrutura geométrica representada por mapas de movimento, por trajetórias e especifica a localização, a configuração espacial e as propriedades geométricas do sistema. Envolve uma estrutura temporal representada por tabelas, por gráficos, por equações e especifica processos e causas em função do tempo. Envolve uma estrutura de interação representada por diagramas de forças, por diagramas de energia, por equações, por tabelas e especifica variáveis de interação como função de variáveis de estado para o sistema modelado.

O quadro que segue detalha essas considerações iniciais.

Quadro 2 – Estrutura epistemológica de um modelo matemático.

Estrutura	Características
Sistêmica	Especifica a composição (objetos do sistema); ambiente (agentes externos ligados ao sistema) e conexões (ligações externas e internas). Ferramenta de representação mais utilizada: diagramas (esquemas, circuitos elétricos, fluxogramas). 
Geométrica	Especifica a posição com relação a um quadro de referência e a configuração referente a relações geométricas entre os objetos do sistema. Ferramenta de representação mais utilizada: mapas de movimento, gráficos, equações. 
Interativa	Especifica propriedades das ligações entre os objetos do sistema. Ferramenta de representação mais utilizada: mapas de interação, gráficos, equações. 
Temporal	Especifica mudança temporal na estrutura do sistema. Ferramenta de representação mais utilizada: gráficos, equações.

	Estrutura temporal Para subsistema de partículas simples: $T_1 - \mu N = m_1 a_1$; $m_2 g - T_2 = m_2 a_2$; $N = m_1 g$ Para sistema de duas partículas: $m_2 g - \mu m_1 g = (m_1 + m_2) a_1$ Equações de movimento

Fonte: Souza (2018).

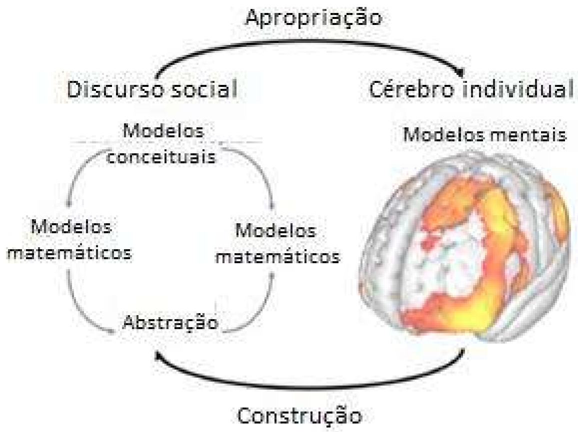
De acordo com o Quadro 2, é possível caracterizar um modelo matemático em sua dimensão epistemológica considerando ao menos quatro tipos de estruturas fundamentais: a sistêmica, a geométrica, a interativa e a temporal. Conforme Hestenes (1996), a estrutura sistêmica do modelo especifica a composição do sistema, ligações entre as partes (objetos), ligações com agentes externos. Representações diagramáticas tais como circuitos elétricos, fluxogramas geralmente são registros de representação mais utilizados para essa estrutura porque permitem uma imagem geral do sistema. A estrutura geométrica especifica a localização espacial dos objetos no sistema modelado. Mapas de movimento são registros de representação bastante utilizados para esse tipo de estrutura ao caracterizar objetos em várias posições no sistema. A estrutura interacional do modelo matemático especifica leis de interação e expressa interações entre ligações causais, geralmente como função das variáveis de estado. Mapas de força são registros de representação bastante utilizados para a estrutura interacional. Por fim, a estrutura temporal especifica mudança temporal no estado do sistema, permite comparação de estados em diferentes momentos ao longo do tempo. Gráficos espaço x tempo, equações velocidade x tempo são registros de representação muito utilizados para esse tipo de estrutura. Interessante ressaltar que as estruturas caracterizadas nesse quadro se referem à conhecimentos que fundamentam a construção e a representação de modelos matemáticos, por sua vez, cada estrutura pode ser representada por diferentes tipos de registros de representação. Não podemos confundir, portanto, o registro de representação com a estrutura que ela representa.

Na dimensão cognitiva, um modelo matemático é estruturado por modelos mentais que especificam inferências ou predições associadas à sua estrutura epistemológica. Nesse sentido, podemos presumir que tanto modelos matemáticos quanto modelos mentais possuem ao menos quatro tipos de estruturas fundamentais: sistêmica, geométrica, interativa e temporal. Embora essa hipótese dificilmente possa passar pelo crivo empírico, ela é importante pois permite conjecturar um elo de codificação entre modelos mentais e modelos matemáticos. Nesse direcionamento, podemos agora supor que modelos mentais podem ser convertidos a modelos matemáticos pela codificação de suas respectivas estruturas:

modelo mental [estrutura] ↔ modelo matemático [estrutura].

Ou seja, no ciclo investigativo, a estrutura de um modelo matemático deve ser associada à estrutura de um modelo mental para poder ser útil no sentido de possibilitar inferências científicas. Isso deve ser assim, pois são os modelos mentais que nutrem os modelos matemáticos tanto de forma quanto de significado. Em outras palavras, um modelo matemático adquire significado quando o sujeito associa sua estrutura à estrutura de um modelo mental subjacente, caso contrário, o modelo matemático poderá ser compreendido apenas como um conjunto de representações sem significado científico para o sujeito. A figura que segue ajuda a entender essa relação:

Figura 3 – Relações entre modelos matemáticos e modelos mentais.



Fonte: Souza (2018).

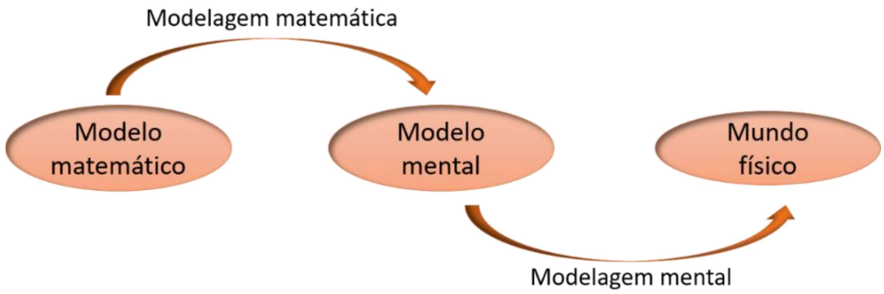
A Figura 3 é relevante ao sugerir que modelos matemáticos quando participantes ativamente da elaboração do discurso social (episódios discursivos) podem influenciar diretamente na formação e na reformulação de modelos mentais no cérebro dos interlocutores. Significa que no discurso mediado por modelos matemáticos, os sujeitos apropriam-se ou ativam modelos mentais já consolidados em seus cérebros, isso pode promover a construção ou a abstração reflexiva do conhecimento científico. Esse viés cognitivo do modelo matemático é importante porque esclarece que seu componente estrutural "observável" são os diversos registros de representação utilizados no ciclo investigativo. Contudo, não se pode "perder de vista" os elementos menos evidentes, embora não menos importantes, como os modelos mentais associados que fundamentam interpretações e tomadas de decisão.

Desse modo, submerge naturalmente uma vinculação entre modelos mentais e modelos matemáticos. Nesse direcionamento, um dos postulados da linguística cognitiva sustenta que os referentes da linguagem que usamos para nos referir ao mundo considerado real não são propriamente as coisas desse mundo, sobretudo, são os modelos mentais elaborados mente do sujeito que pensa sobre ele. Nesse sentido, Ferrari (2016) assevera:

> [...] a linguística cognitiva defende que a relação entre palavra e mundo é mediada pela cognição. Assim, o significado deixa de ser um reflexo direto do mundo, e passa a ser visto como uma construção cognitiva através do qual o mundo é apreendido e experienciado. Sob essa perspectiva, as palavras não *contêm* significados, mas orientam a construção de sentido. (FERRARI, 2016, p. 14, grifos no original).

Ao considerar que o significado deixa de ser reflexo direto do mundo considerado real e que, por isso mesmo, o modelo matemático em si não contém significados, sobretudo, norteia a construção de sentidos pelos modelos mentais, Ferrari (2016) endossa a reflexão de que os registros de representação de um modelo matemático não se referem diretamente ao mundo considerado real, todavia a modelos mentais na mente do sujeito que tenta compreender esse mundo. Significa, portanto, que modelos matemáticos modelam o mundo mental que os indivíduos elaboram para pensar sobre o mundo considerado real, como se esquematiza na seguinte figura.

Figura 4 – Modelos matemáticos, modelos mentais, mundo considerado real.

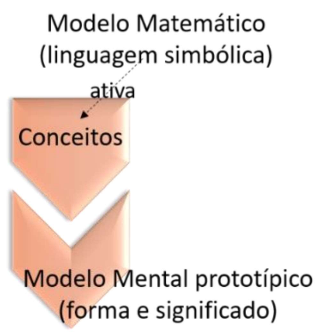


Fonte: Souza (2018).

A Figura 4 esquematiza que modelos matemáticos são gerados a partir de decodificações de modelos mentais referentes a coisas e a processos do mundo percebido como real. Ou seja, o ciclo investigativo não tem como alvo o mundo considerado real, os verdadeiros alvos são modelos mentais no cérebro do sujeito que interage com este mundo. Interessante ainda destacar que, enquanto um modelo matemático recorre a registros semióticos acessados deliberadamente pelo sujeito, um modelo mental recorre a "registros mentais" sobre os quais não se tem acesso direto, no entanto, considera-se que tal ação possa ocorrer pela coordenação de múltiplos registros de representação.

Nessa coordenação de registros, um modelo matemático teria a função de ativar conceitos embutidos em modelos mentais, podendo promover suas reformulações. Como frisa Hestenes (2006), o significado e a forma de um conceito são alimentados por um modelo mental prototípico, isto quer dizer que o elemento de sustentação necessária para a construção cognitiva de um modelo matemático provém de um modelo mental prototípico, que fornece significados-gérmens a sua estrutura epistêmica, ver a próxima figura.

Figura 5 – Significação de modelos matemáticos.

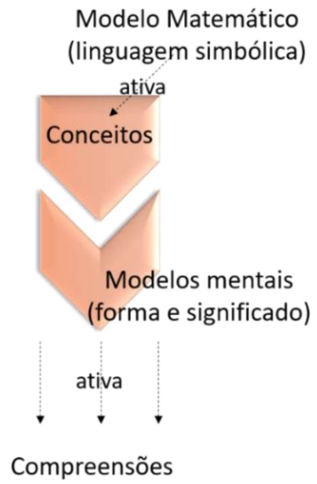


Fonte: Souza (2018).

Na Figura 5, a forma e o significado de um modelo matemático são germinados a partir de um modelo mental prototípico. Para gerar as primeiras significações para um modelo matemático, cada pessoa associa (inconscientemente) tal modelo a um modelo mental prototípico. Tal inserção é necessária porque são os modelos mentais que "nutrem" os modelos matemáticos tanto de forma quanto de significado na mente do sujeito. Esse processo é a base do poder inferencial e preditivo dos modelos matemáticos em qualquer situação, na escola ou na vida.

Enquanto a percepção é ativada por estímulos sensoriais (internos), realça Hestenes (2006), um conceito é ativado por estímulos simbólicos (semióticos). Nessa linha, os modelos matemáticos, sendo necessariamente conformados por registros de representação, tornam-se importantes porque podem favorecer a ativação de sistemas conceituais, agrupando-os ou segregando-os para a formação de novos conceitos. Assim, conceitos simples podem ser combinados para produzir conceitos mais elaborados pela ação direta dos modelos matemáticos. Isso leva a outra suposição sobre como os modelos matemáticos poderiam influenciar no processo de modelagem mental para gerar compreensões cada vez mais consolidadas. Tal suposição é ilustrada na próxima figura.

Figura 6 – Compreensão por modelos matemáticos.



Fonte: Souza (2018).

A Figura 6 delineia que os modelos matemáticos, conformados por registros de representação de natureza ostensiva (semióticos), favorecem a ativação conceitual, isso é mostrado no topo da figura. De fato, empiricamente em sala de aula percebe-se que as curvas coloridas de um gráfico cartesiano são mais eficazes para recuperar no cérebro do sujeito uma informação quando comparado a textos escritos, justamente pela capacidade de ativar diretamente conceitos sobre o referente embutidos em modelos mentais.

Considerando a parte central da mesma figura, a estrutura de cada conceito está "encaixada" na estrutura de um modelo mental prototípico, que o alimenta de forma e de significado. Presume-se que, ao se modificar a estrutura epistêmica do modelo matemático, consequentemente, modificamos a estrutura do modelo mental prototípico alimentador. Ora, ao se deparar com outro gráfico referente a outra situação física (outra estrutura epistêmica), o estudante deve ativar outra estrutura do modelo mental referente para nutrir de significado a nova informação simbólica subjacente à nova situação.

Por fim, a parte inferior da figura ilustra que a modificação na estrutura de modelos mentais ativa novas compreensões para a situação enfrentada. Resulta que, como um processo em cadeia, podem ocorrer novas compreensões à medida que os modelos mentais sofrem novas modificações em função da modificação dos modelos matemáticos associados.

Essas proposições ganham importância na dinâmica de representação e de comunicação em ciclos investigativos. Digamos que em uma atividade de campo os estudantes consigam coletar dados referentes ao deslocamento em função do tempo de um carro em determinada via. Eles produzem modelos matemáticos envolvendo diagramas de movimento, tabelas de dupla entrada, gráficos cartesianos, equações matemáticas. No momento em que comunicam suas ideias em situações argumentativas, para interpretar corretamente os modelos matemáticos, os estudantes devem observar a forma geométrica da curva delineada pelos pares ordenados (x, y) no gráfico cartesiano. A forma observável (reta, parábola...) orienta a ativação de conceitos que estão encaixados em modelos mentais subsunçores. Por isso que ao observarem uma reta esboçada no gráfico, alguns estudantes logo concluem, a partir de modelos mentais prévios, que o movimento do carro foi uniforme. De outro modo, ao se depararem com uma parábola, eles concluem que o movimento foi uniformemente variado. No entanto, alguns gráficos gerados a partir de dados empíricos nem sempre são fáceis de interpretar, nesse caso, os estudantes precisam observar atentamente o modelo matemático, ativar novos conceitos e gerar novos modelos mentais para obter novas interpretações. Portanto, ao refinar os modelos matemáticos, consequentemente, os modelos mentais associados também são refinados.

Desse modo, uma das grandes funções do modelo matemático no ciclo investigativo é sustentar justificativas por meio de argumentos científicos elaborados pelos estudantes.

CAPÍTULO 2

ARGUMENTAÇÃO CIENTÍFICA

Argumentos... científicos

Uma das perguntas que Selma Leitão (2011) levanta no primeiro capítulo do livro "Argumentação na escola" é: que há de específico na argumentação de sala de aula e que desafios isto coloca? Tal questionamento encontra solo fértil no terreno das discussões que pretendo estabelecer nesta seção. Isso porque, na escola, a argumentação científica torna-se um recurso para gerar modelos mentais para produção/apropriação reflexiva do conhecimento.

Quando em situação argumentativa, o estudante é levado a formular claramente seus pontos de vista e a angariar fundamentação para a apresentação de razões ou de justificativas que sejam aceitáveis a interlocutores críticos. Desse modo, sustento que a argumentação científica surge como um componente central de uma prática pedagógica que queira suscitar a formação de sujeitos ativos no mundo onde vivem.

Nesse horizonte, a ideia de argumentação que intenciono difere da visão canônica, ou seja, como sinônimo de puro convencimento ou de persuasão. Embora todo episódio argumentativo tenha como objetivo principal a persuasão do interlocutor, tratarei a argumentação sob uma abordagem crítica e dialógica, envolvendo contextos práticos do cotidiano da sala de aula. Desse modo, a argumentação é vista num sentido mais amplo que o simples convencer ou persuadir, é entendida como um ambiente colaborativo de compartilhamento e de confrontação de significados.

> [...] como a organização da linguagem, como um instrumento, que possibilita a expansão colaborativa por meio de diferentes técnicas, potencializando o conhecimento, a partilha, a confrontação e a transformação de sujeitos envolvidos em atividade, produzindo novos significados (SANTIAGO, 2016, p. 27).

Para Sasseron e Carvalho (2011), a argumentação no ensino é entendida como "[...] todo e qualquer discurso em que aluno e professor apresentam suas opiniões em aula, descrevendo ideias, apresentando hipóteses e evidências, justificando ações ou conclusões a que tenham chegado, explicando resultados alcançados" (p. 100). Sublinho que esse tipo de argumentação não se resume a tentar convencer o ouvinte, mas a favorecer com que esse ouvinte participe ativamente de discussões em estreita interação de diálogo.

Justi (2015) considera que um argumento é uma afirmativa acompanhada de sua justificativa sustentada por evidências. Para essa autora, o processo argumentativo envolve atribuição de sentido, quando o indivíduo relaciona evidências e afirmativas; articulação de ideias, quando um indivíduo constrói um pensamento comunicável a outros indivíduos e persuasão, quando um indivíduo convence outros a partir de seu discurso científico. Sendo assim, sublinha a autora, pelo menos cinco capacidades seriam inerentes à ação de argumentar: lidar com evidências; elaborar argumentos; contra-argumentar; elaborar teorias alternativas e refutar.

Com esse escopo dialógico, a argumentação pode apresentar várias características formadoras. Vieira e Nascimento (2013) destacam algumas: potencial para o desenvolvimento de compreensões conceituais e epistemológicas; possibilidade de construção de afirmações com base em evidências científicas, que pode favorecer reflexões e críticas sobre afirmações próprias e de outros sujeitos; avaliação "em tempo real" do pensamento dos estudantes; desenvolvimento de processos cognitivos de ordem superior, como fazer inferências ou previsões; desenvolvimento de autonomia e de tomadas de decisão consciente.

Nesse esquadrinhamento, alguns desafios se impõem ao professor que queira gerar situações argumentativas em sua classe. Desafios que se relacionam à natureza do conhecimento científico mobilizado, às conclusões envolvidas, às concepções intuitivas dos agentes envolvidos no episódio argumentativo (professores e estudantes). Além disso, os temas sobre os quais normalmente se argumenta são assuntos percebidos como polêmicos, isto é, pode-se articular sobre eles múltiplos pontos de vista. São temas que, a princípio, admitem diversidade de conclusões. Outro ponto importante é com relação à mudança nas concepções intuitivas de estudantes (e de professores) sobre conceitos eventualmente catalisados a partir de situações argumentativas, pois é comum os sujeitos envolvidos na argumentação apresentarem compreensões errôneas sobre o conhecimento científico, o que pode revelar modelos mentais inconsistentes (*misconceptions*).

Contudo, como assevera Leitão (2011), a discutibilidade de um tema, isto é, a possiblidade de ser polemizado e de gerar episódios argumentativos não deve ser pensado como algo intrínseco à natureza do tema. É o modo como será mobilizado no discurso de sala de aula que permitirá (ou não) que se gere situações argumentativas. Nesse sentido, um conceito formal já estabelecido na comunidade científica pode gerar pontos de argumentação da mesma maneira que um tema sociocientífico, pois, como explica a autora acima, o tema em si não gera situações argumentativas, sobretudo, são as ações pedagógicas sobre esse tema que poderão gerar discussões produtivas. Desse modo, a conversão de temas comuns em temas de argumentação solicita a adoção de ações discursivas pelo professor. O quadro seguinte descreve algumas dessas ações.

Quadro 3-Ações fomentadoras de argumentação na sala de aula.

Tipos de ações	Descrição
Ações em âmbito pragmático (ações que criam condições para o surgimento de argumentação).	Desafios que levem os estudantes a formularem pontos de vista: "o que você acha disso?"; "O que isso quer dizer?". Pedido de justificação para pontos de vista: "Por que você pensa assim?". Colocação do estudante na posição de oponente: "você concorda ou discorda?". Apresentação da argumentação como método de negociação/resolução de diferenças de opinião. Estímulo ao estudante para que (re)examine seus próprios pontos de vista à luz de contra-argumentos: "O que você acha da opinião do seu colega ser diferente da sua?". Estímulo para que o estudante responda a contra-argumentos: "e agora?".

	Definição de metas para o trabalho de sala de aula que exigem argumentação (chegar a consenso ou a solução de compromisso, tomar decisão etc.).
Ações em âmbito argumentativo (ações que sustentam e expandem a argumentação).	Formulação de argumentos (entendidos como pontos de vista para os quais se oferecem razões e/ou avaliações). Formulação e/ou avaliação de dúvidas, objeções, contra-argumentos e pontos de vista alternativos em relação a argumentos levantados por outros ou antecipados pelo próprio argumentador. Resposta às objeções consideradas (de forma a reafirmar, restringir, modular, retirar o ponto de vista inicial).
Ações em âmbito epistêmico (ações que legitimam o conhecimento envolvido na argumentação).	Apresentação de conteúdos relacionados ao terna (conceitos, definições etc.). Demonstração de procedimentos específicos da área do conhecimento em questão. Ensino direto de habilidades. Oferecimento de formas de raciocínio típicos da área do conhecimento (por ex.: o uso de argumentos baseados em experimentação e em observação direta de fenômenos naturais.). Legitimação de pontos de vista dos estudantes (por meio de confirmação, ênfase, complementação de ideia apresentada).

Fonte: Leitão (2011).

Conforme organizado no Quadro 3, Leitão (2011) propõe três tipos de ações fomentadoras de argumentação: as que criam condições para o surgimento da argumentação; as que sustentam e expandem a argumentação e as que legitimam o conhecimento envolvido na argumentação. As primeiras são ações que, como um convite à discussão, dão permissão para que diferentes pontos de vista sejam formulados sobre um tema, elas criam condições suficientes para que a argumentação se instale, por isso são consideradas ações em âmbito pragmático. As segundas são ações que expandem e sustentam diretamente uma argumentação, são consideradas ações em âmbito argumentativo. Já as terceiras são ações que trazem para o discurso as informações, os conceitos, as definições com relação ao tema focalizado; bem como implementam os procedimentos e os modos de raciocínio inerentes ao campo do conhecimento mobilizado, por isso são denominadas ações epistêmicas.

Essas ações são particularmente interessantes porque podem ser usadas para orientar situações argumentativas em ciclos investigativos, seja para motivar um episódio discursivo (ações pragmáticas), seja para manter ou sustentar um discurso já gerado (ações argumentativas), seja para chamar a atenção para o conhecimento cientificamente constituído envolvido na situação argumentativa (ações epistêmicas).

Porém, a orientação de situações argumentativas produtivas em ciclos investigativos demanda entender como os argumentos são estruturados no discurso prático de sala de aula.

Estruturas de argumentação

Nesse campo, Stephen Toulmin na obra "Os usos do argumento" analisou uma infinidade de argumentos pragmáticos do cotidiano das pessoas. Ele considera que podemos produzir argumentos justificatórios de diversos tipos e que os passos envolvidos no interior dessa produção são igualmente de diferentes naturezas. Numa visão geral, argumentos pertencentes ao mesmo campo do conhecimento possuem dados e conclusões do mesmo tipo, são chamados campo-invariáveis. Quando pertencentes a campos de conhecimentos diferentes, dados e conclusões são de naturezas diferentes, são campo-dependentes. Entender a organização estrutural de argumentos campo-invariáveis e campo-dependentes parece importante para analisar como eles podem se conformar em ciclos investigativos.

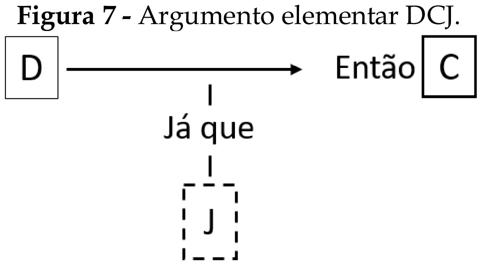
O autor acima assevera que, para entender o funcionamento ou fisiologia de um argumento, devemos observar suas partes mais profundas, mais finas, invisíveis ao olho de um observador não intencionado, ele comenta que

Um argumento é como um organismo: tem uma estrutura bruta, anatômica, e outra mais fina e, por assim dizer, fisiológica. [...] podem-se distinguir as fases principais que marcam o progresso do argumento a partir da afirmação inicial de um problema não resolvido, até a apresentação final de uma conclusão. Cada uma dessas fases principais [...] representa as principais unidades anatômicas do argumento (TOULMIN, 2006, p. 135).

Desse modo, ao usar uma lente de aumento, os tecidos argumentativos revelam-se compostos por três tipos de células principais: os dados (D); as conclusões (C); e as justificativas (J) e três tipos de células auxiliares: os qualificadores (Q); as condições de refutação (R) e os fundamentos às justificativas (F). Tais células podem se reunir formando tecidos argumentativos simples, estruturalmente do tipo DCJ; até tecidos de argumentos mais complexos, estruturalmente do tipo DCJQRF.

O tecido argumentativo mais básico relaciona os dados (D) às conclusões (C) por meio das justificativas (J) e pode ser esquematizado como mostra a seguinte figura.

Figura 7 - Argumento elementar DCJ.

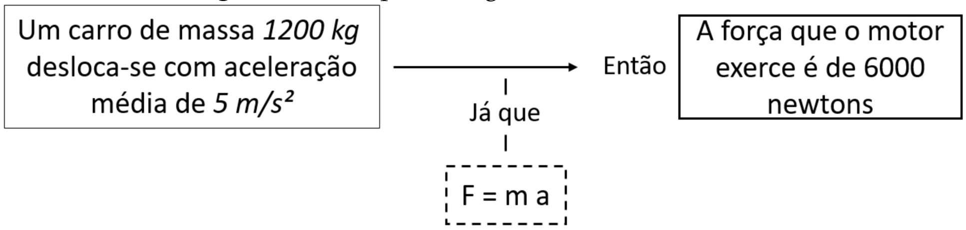


Fonte: Souza (2018).

A Figura 7 delineia que, partindo-se de um conjunto de dados, o sujeito pode elaborar conclusões sobre determinado tema. Tais conclusões são fundamentadas em justificativas que garantem a passagem dos dados às conclusões.

Para ilustrar no campo da mecânica newtoniana, um exemplo desse argumento poderia ser o seguinte:

Figura 8 - Exemplo de argumento elementar DCJ.



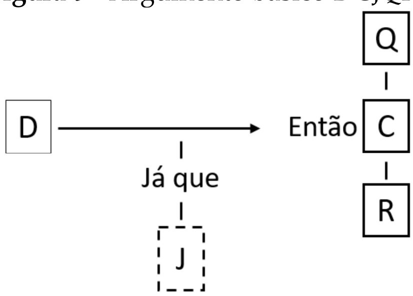
Fonte: Souza (2018).

A Figura 8 mostra que, para poder alegar ou concluir (C) que o motor do carro exerce força de 6.000 newtons, apoiamo-nos no dado (D) ou no fato de que ele age sobre uma massa de 1.200 kg e que desloca essa massa com aceleração média 5 m/s^2. Tal conclusão tem a justificativa (J) de que a força pode ser calculada multiplicando-se o valor da massa pelo valor da aceleração adquirida ($F = ma$).

Justificativas são explanatórias, cuja tarefa é registrar explicitamente que, tomando-se os dados como ponto de partida, é apropriado e legítimo passar deles à conclusão ou à alegação apresentada. As justificativas são afirmações gerais, hipotéticas, servem como pontes para autorizar o tipo de passo com o qual nos comprometemos. Importante frisar que, normalmente, recorremos aos dados de modo explícito e às justificativas de modo implícito (motivo dos retângulos pontilhados nas figuras desta seção).

Existem justificativas de vários tipos, elas podem conferir diferentes suportes às conclusões. Algumas autorizam a aceitar inequivocamente uma conclusão, desde que os dados sejam apropriados. No entanto, pode acontecer de que somente os dados, as justificativas e as conclusões não sejam suficientes para que aceitemos um argumento como válido. Nesse caso, precisaremos reforçar nossa justificativa, quer dizer, precisaremos inserir um qualificador modal (Q) ao argumento (advérbios do tipo necessariamente, provavelmente, presumivelmente, aproximadamente). Mas pode acontecer também de que necessitamos discutir as limitações de nossas justificativas. Se assim for, precisaremos inserir uma condição de exceção ou de refutação (R) no argumento. Nesse caso, estaremos diante de um tecido argumentativo um pouco mais complexo que o anterior, que pode ser esquematizado da seguinte forma:

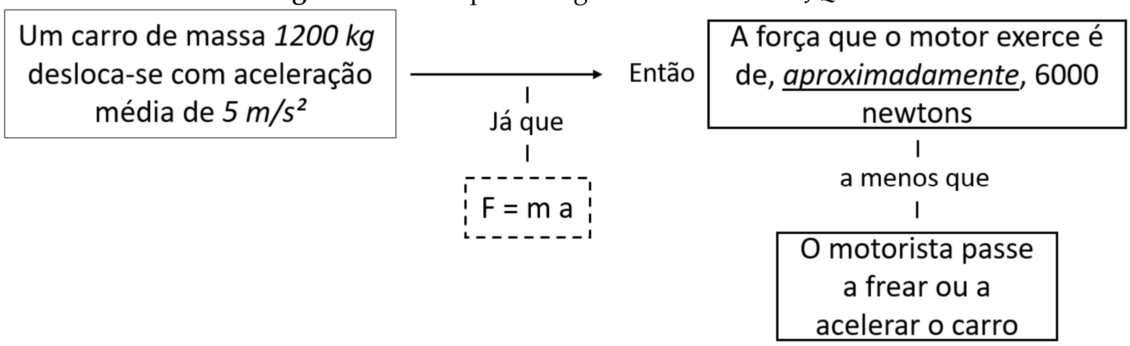
Figura 9 - Argumento básico DCJQR.



Fonte: Souza (2018).

A Figura 9 esquematiza que, a partir dos dados, pode-se chegar a determinadas conclusões consubstanciadas em garantias apropriadamente justificadas. No entanto, é possível questionar a validade dessas garantias com condições que as qualifiquem e/ou que as refutem. O exemplo a seguir auxilia na compreensão dessa estrutura argumentativa.

Figura 10 - Exemplo de argumento básico DCJQR.

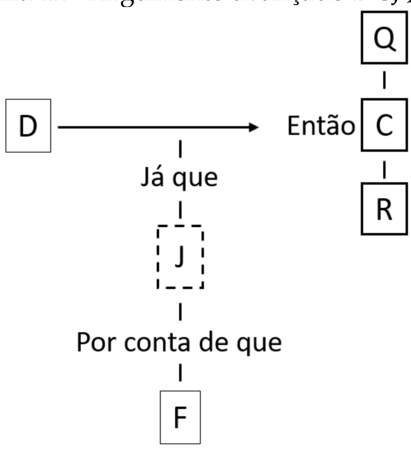


Fonte: Elaboração nossa (2018).

Na Figura 10, em apoio à conclusão (C) de que a força que o motor do carro exerce é de 6.000 newtons, apelamos aos dados (D) de que ele age sobre uma massa total de 1.200 kg e que a aceleração média adquirida por esta massa equivale a 5 m/s^2 e também à justificativa (J) de que "a força resultante pode ser calculada multiplicando-se o valor da massa pelo valor da aceleração do carro". Porém, como a aceleração informada é a média dos valores absolutos, então está sujeita à variação máxima e mínima em seu valor. Nesse caso, devemos inserir um "aproximadamente" como qualificador (Q) no interior da conclusão e notar que ela pode ser refutada (R) caso se verifique que o motorista acelerou ou freou o veículo, o que imediatamente provocaria mudança no valor da força, consequentemente, no valor da aceleração média do carro, como de fato acontece nas situações do cotidiano.

Finalmente, caso a própria justificativa seja desafiada, poderemos inserir o fundamento científico (F) que a sustente e lhe dê aval. O resultado será um argumento geral, como ilustra a figura seguinte.

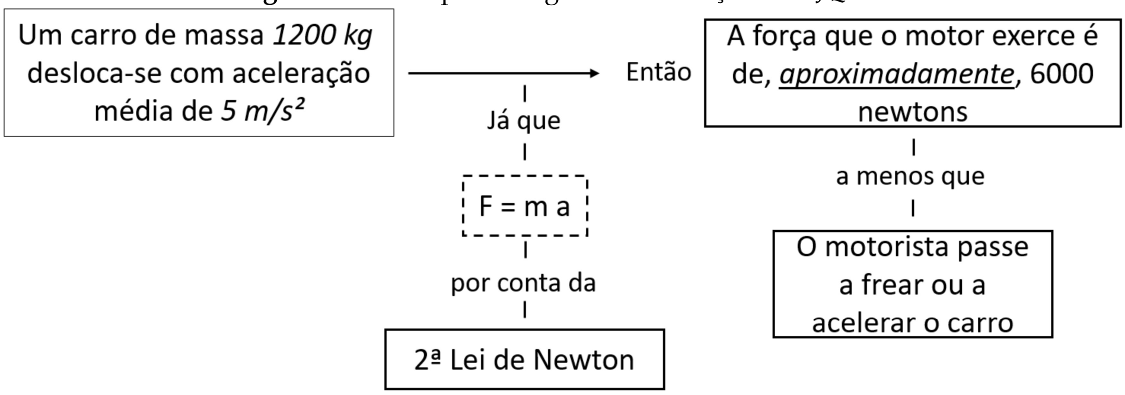
Figura 11 - Argumento avançado DCJQRF.



Fonte: Souza (2018).

A Figura 11 ilustra que a justificativa autoriza passar dos dados às conclusões, ainda que se acrescente condições que as qualifiquem ou que as refutem. Mas ainda assim é possível acrescentar um fundamento científico às próprias garantias para reforçar seu poder justificatório. Um exemplo prático desse tipo de estrutura seria:

Figura 12 - Exemplo de argumento avançado DCJQRF.



Fonte: Elaboração nossa (2018).

Na ilustração da Figura 12, observa-se que, além da justificativa de que o valor da força exercida pelo motor do carro pode ser calculado multiplicando-se o valor da massa pelo valor da aceleração, caso tal justificativa não satisfaça o interlocutor crítico, ainda é possível inserir o próprio fundamento científico da justificativa, no caso do exemplo em apreço, corresponderia à segunda lei de Newton.

Em suma, temos que justificativas (J) são afirmações pontes, mas o apoio (F) que as fundamentam pode ser expresso na forma de afirmações categóricas de fato ou de lei, como também podem ser expressos os dados (D) invocados em suporte direto de nossas conclusões (C). Embora os dados a que recorremos em um argumento e o apoio que empresta autoridade às nossas garantias possam do mesmo modo ser afirmados como questões de fato ou de lei, os papéis que essas afirmações desempenham em nosso argumento são diferentes. Para haver argumento é necessário apresentar dado de algum tipo, mas o apoio das justificativas que invocamos pode não ser explicitado.

Entender as estruturas argumentativas à luz da teoria de Toulmin (2006) é relevante para entender episódios discursivos em ciclos investigativos. Isso porque as justificativas dos estudantes geralmente são aceitas pelos professores sem que sejam explicitados seus fundamentos científicos. Dificilmente, o professor pergunta sobre os fundamentos científicos subjacentes aos modelos matemáticos utilizados em classe, pois o livro-texto já apresenta esses modelos "prontos e acabados", inquestionáveis e infalíveis, que devem ser usados na resolução de exercícios.

É preciso, portanto, explicitar os fundamentos científicos que autorizam o uso de determinado modelo matemático no ciclo investigativo, explicitando seu poder de ação e de validade. Por exemplo, os estudantes muitas vezes sabem que para calcular a força resultante sobre um objeto devem multiplicar o valor da massa pelo valor da aceleração da gravidade, mas dificilmente sabem dizer por que fazem isso. Ou seja, não conseguem apoiar a justificativa do uso da equação no princípio científico da segunda lei de Newton. Isso pode gerar argumentos estruturalmente elementares, deixando-se de avançar na sofisticação argumentativa para estruturas básicas e avançadas. A sofisticação dos argumentos está intimamente relacionada aos modelos matemáticos utilizados no ciclo investigativo.

CAPÍTULO 3

CICLO DE MODELAGEM E SOFISTICAÇÃO ARGUMENTATIVA

Neste capítulo, o objetivo é analisar episódios discursivos de sujeitos em ciclos de modelagem com o intuito de identificar evidências que apoiem a tese de que a sofisticação argumentativa está relacionada de alguma maneira aos modelos matemáticos utilizados no ciclo. Esse estudo é importante para perceber o efeito dos modelos matemáticos sobre a estrutura cognitiva dos estudantes nas aulas de física.

Os dados da pesquisa decampo foram produzidos *in natura*, isto é, no próprio ambiente em que os participantes vivenciaram os ciclos de modelagem. No caso da presente pesquisa, a produção de dados ocorreu em situação normal de escola pública brasileira amazônica. O registro de dados foi realizado por meio de múltiplas formas de informações, como documentações, observações, entrevistas. Além disso, captou-se significados expressos por meio da linguagem verbal e da linguagem não verbal dos participantes da pesquisa.

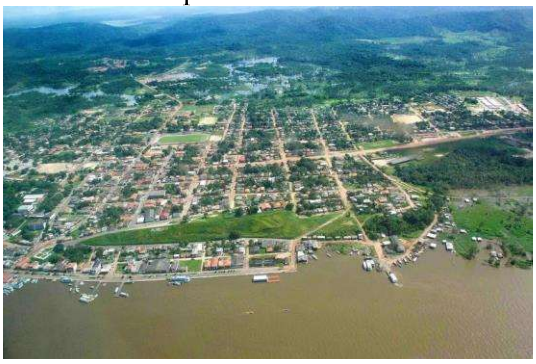
Os sujeitos participantes foram treze (n=13) professores de física em formação. Importante ressaltar que, embora eles já fossem professores atuantes no ensino fundamental I no município de Almeirim-PA, ainda não possuíam a licenciatura em física. Nesse cenário, à época da pesquisa, estavam cursando uma disciplina de estágio I sob minha orientação como componente curricular de uma licenciatura integrada em matemática-física de uma universidade pública federal pelo Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR).

A distribuição por gênero dos participantes consistiu de 69,3% que se declararam do gênero masculino e 30,7% que se declararam do gênero feminino. As idades variaram entre 25 a 47 anos, com média de 32,3 anos e desvio padrão de 6,4 anos. As idades revelam que os sujeitos da pesquisa estavam em fase jovem-adulta, portanto, econômica e profissionalmente produtivos. O tempo de docência variou entre 03 a 21 anos, com média de 8,8 anos e desvio padrão de 5,0 anos. Essas informações revelam que os participantes da pesquisa, na maioria homens, possuíam experiência pessoal e profissional na docência. Destaca-se que esse perfil docente foi importante para fundamentar percepções, falas e raciocínios a respeito dos ciclos de modelagem desenvolvidos.

Conquanto os sujeitos da pesquisa já fossem professores do ensino fundamental menor, eles participaram dos ciclos de modelagem no "modo aluno", na condição de futuro professor de física. Considera-se que realizar pesquisas em que os professores em formação ocupem o lugar de seus futuros alunos é importante para motivá-los a entrar em contato com propostas pedagógicas alternativas ao método bancário (FREIRE, 2005); uma vez que, conforme nos ensina Tardif (2014), os professores em formação tendem a repetir em suas salas de aula práticas pedagógicas vivenciadas em cursos de formação inicial e continuada.

A figura que segue ilustra o *lócus* geográfico da pesquisa de campo.

Figura 13 – Vista superior da cidade de Almeirim-PA.



Fonte: Souza (2018).

Na Figura 13, observa-se que, na dimensão geográfica, o estudo foi delimitado na região do município de Almeirim, oeste do estado do Pará, norte do Brasil. Almeirim é um município brasileiro, pertencente à mesorregião do Baixo Amazonas. Localiza-se a uma latitude 01º31'24" sul e a uma longitude 52º34'54" oeste. Escolheu-se esse *lócus* porque considera-se um bom representante do contexto educacional brasileiro, especialmente amazônico. Além disso, acredita-se que, quando devidamente planejado, o ciclo de modelagem pode ser aplicado em diferentes contextos socioeconômicos, seja em locais de baixa renda e/ou longe de centros urbanos.

Uma visão frontal da escola onde os ciclos foram realizados é mostrada na próxima figura.

Figura 14 - Escola pública em Almeirim-PA: ambiente educacional da pesquisa de campo.

Fonte: Souza (2018).

Conforme a Figura 14 ilustra, o ambiente educacional no qual as atividades foram aplicadas foi típico de escola pública brasileira. A infraestrutura disponível constou de sala de aula com carteiras de madeira, quadro branco, retroprojetor e marcador para quadro branco. Assim, os dados foram produzidos efetivamente em situação normal de escola pública brasileira, ou seja, sem recorrer a equipamentos sofisticados ou a experimentos de laboratório de elevado custo financeiro. Ressalta-se ainda que a quantidade reduzida de sujeitos participantes da pesquisa certamente contribuiu para maior controle na coleta e na interpretação de dados produzidos.

Foram realizados dois ciclos de modelagem, um sobre o tema Poluição Sonora e o outro sobre o tema Lixo de Papel, cujos desenvolvimentos são sintetizados no próximo quadro.

Quadro 4 – Síntese do desenvolvimento dos ciclos de modelagem.

Ações	Ciclo sobre poluição sonora	Ciclo sobre lixo de papel
Motivação inicial	Usou-se *slides* contendo a descrição de uma situação-problema sobre poluição sonora projetados no quadro branco. Após discussões iniciais, propôs-se as seguintes questões: será que ocorre poluição sonora na escola? Como melhorar essa situação?	Apresentou-se um vídeo do Youtube sobre a fabricação de papel. Após discussões iniciais, propôs-se as seguintes questões: será que é produzido muito lixo de papel na sala de aula? Como melhorar essa situação?
Caracterização do problema	Caracterizou-se as principais variáveis envolvidas no problema. Para isso, explicitou-se relações entre as variáveis: intensidade sonora, nível sonoro, local e horário para a coleta de dados.	Caracterizou-se as principais variáveis envolvidas no problema. Para isso, explicitou-se relações entre as variáveis: disciplina, quantidade de aulas, massa e área da folha de papel.
Detalhamento conceitual	Aprofundou-se discussões sobre os conceitos de nível sonoro, intensidade sonora, unidades de medida dB e Watt/m².	Aprofundou-se discussões sobre transformação da unidade quilograma para grama e da unidade centímetro para metro.
Planejamento da investigação	Discutiu-se sobre procedimentos necessários para produzir dados sobre o nível sonoro. Para a coleta de dados no interior e no exterior do ambiente escolar foi utilizado um aplicativo de celular chamado *Sound Meter*.	Discutiu-se sobre procedimentos e equipamentos necessários para coletar dados sobre o lixo de papel produzido na disciplina de física. Foi necessário fazer estimativas sobre o total de folhas de papel utilizadas como "borrão" e fazer pesquisa sobre a massa de uma única folha de papel A4.
Produção de dados	Utilizou-se decibelímetros instalados nos *smartphones* para coletar dados nos diversos ambientes da escola e nas ruas adjacentes. Cada grupo colaborativo percorreu diferentes ambientes escolares (salas de aula, diretoria, secretaria, banheiros, quadra e esporte) visando a fazer o mapeamento acústico da escola.	Estimou-se a quantidade de lixo de papel produzido na sala de aula. Por meio da gramatura do papel A4, calculou-se a massa de uma folha de papel. A massa também foi obtida utilizando-se uma balança de padaria e por meio de pesquisa na *internet*. Calculou-se o total de lixo de papel em quilograma.
Sistematização dos modelos matemáticos	Registrou-se os modelos matemáticos em *whiteboards* (pequenos quadros feitos com folhas de cartolina) e utilizando múltiplos registros de representação. Os tipos de registros mais utilizados foram: esquemas, tabelas e gráficos.	Registrou-se os modelos matemáticos em *whiteboards* (pequenos quadros feitos com folhas de papel cartão revestidos com papel *contact*) e utilizando múltiplos registros de representação. Os tipos de registros mais utilizados foram: esquemas, tabelas, gráficos e equações.

Socialização das aprendizagens	Discutiu-se sobre procedimentos e raciocínios referentes aos modelos matemáticos elaborados para compreender a poluição sonora na escola. Propôs-se a inversão das salas de aula para onde ficava a quadra de esporte, isolamento acústico e climatização das salas de aula, construção de lombadas nas ruas próximo à escola, fiscalização por meio de radar sonoro e aplicação de multas.	Discutiu-se sobre procedimentos e raciocínios referentes aos modelos matemáticos elaborados para compreender a produção de lixo de papel na sala de aula. Propôs-se a substituição de material impresso por material digital, digitalização de livros impressos, uso de aplicativos de celulares para leitura de *e-books*, utilização de *whiteboards* nas tarefas de sala de aula.
Produção escrita	Propôs-se a elaboração de um relatório sobre a investigação descrevendo os problemas pesquisados, procedimentos realizados, conceitos envolvidos, resultados alcançados e proposta de soluções para o problema da poluição sonora na escola.	Propôs-se a elaboração de um relatório sobre a investigação descrevendo os problemas pesquisados, procedimentos realizados, conceitos envolvidos, resultados alcançados e proposta de soluções para o problema do lixo de papel na escola.

Fonte: Adaptado de Souza (2018).

Conforme o Quadro 4, organizou-se o ciclo de modelagem em oito ações: motivação inicial, caracterização do problema, aprofundamento conceitual, planejamento da investigação, produção de dados, sistematização dos modelos matemáticos, socialização das aprendizagens e produção escrita. Ressalta-se que essas ações não são rígidas, evidentemente, podem variar de acordo com a natureza do cenário educacional em foco; contudo, possibilitaram ao professor um planejamento prévio necessário para evitar momentos de insegurança durante o ciclo.

Enquanto instrumentos para gerar dados, utilizou-se principalmente a observação participante, diário de campo e registros em áudio e vídeo. Malheiros (2011) comenta que na observação participante o professor coleta dados na própria sala de aula em que é regente. Como não houve roteiro prévio para as observações, pois procurou-se estar atento a quaisquer fatos que chamassem a atenção em função do objetivo da pesquisa, a observação realizada aproximou-se da não sistemática. O diário de campo consistiu de anotações durante e/ou após as observações. Os múltiplos instrumentos de registro de dados contribuíram para uma interpretação mais autêntica do fato educacional estudado.

Assim, os episódios discursivos do *corpus* de análise foram interpretados por meio de análise textual discursiva envolvendo unitarização, categorização e metatexto. Num primeiro instante, da unitarização, realizou-se leitura cuidadosa do *corpus* de análise para identificar unidades de significado em cada unidade de contexto presente nas falas transcritas dos sujeitos da pesquisa. “Unitarizar um texto é desmembrá-lo, transformando-o em unidades elementares, correspondendo a elementos discriminantes de sentidos, significados importantes para a finalidade da pesquisa, denominadas de unidades de significado” (MORAES e GALIAZZI, 2016, p. 71).

Num segundo instante, da categorização, agrupou-se as unidades de significado com base nos *layouts* de argumentos de Toulmin em argumentos elementares, básicos e avançados. Categorizar "corresponde a simplificações, reduções e sínteses de informações da pesquisa, concretizadas por comparação e diferenciação de elementos unitários, resultando em formação de conjuntos de elementos que possuem algo em comum" (MORAES e GALIAZZI, 2016, p. 97).

Por fim, elaborou-se um metatexto com interlocuções empíricas e teóricas sobre potencialidades do ciclo de modelagem com relação à sofisticação argumentativa. O metatexto representa "[...] sínteses elaboradas pelo pesquisador no sentido de expressar as novas compreensões atingidas em relação ao seu objetivo de pesquisa" (MORAES e GALIAZZI, 2016, p. 111).

Ressalta-se que as falas dos sujeitos foram transcritas conforme regras de transcrição de Carvalho (2006). A transcrição é um instrumento essencial na análise de episódios discursivos, isso porque "detalhes de linguagem ou mesmo a coerência entre a linguagem oral e a linguagem gestual podem passar desapercebidos numa análise direta do áudio ou do vídeo, ficando mais claras nas transcrições" (CARVALHO, 2006, p. 35). Assim, as transcrições seguiram fielmente ao correspondente vocabulário das falas, ou seja, não houve a substituição de termos originais por sinônimos. Contudo, recorrendo a posições éticas, houve a necessidade de fazer pequenas correções gramaticais.

Para não perder informações sobre entonação, pausa, humor, grau de certeza nas afirmações, usei algumas regras de transcrição já acordadas na literatura, foram elas (CARVALHO, 2006, p. 36):

> 1. Para marcar qualquer tipo de pausa deve-se empregar reticências no lugar dos sinais típicos da língua escrita, como ponto final, vírgula, ponto de exclamação, dois pontos e ponto-e-vírgula. O único sinal de pontuação a ser mantido é o ponto de exclamação;
> 2. ( ) para hipótese do que se ouviu;
> 3. (( )) para inserção de comentários do pesquisador;
> 4. :: para indicar prolongamento de vogal ou de consoante. Por exemplo: "éh::";
> 5. / para indicar o truncamento de palavras. Por exemplo: "o pro/... o procedimento";
> 6. - para silabação. Por exemplo: "di-la-ta-ção";
> 7. -- para quebra na sequência temática com inserção de comentários. Por exemplo: "as partículas do arame ¾ -- que é um sólido-- se afastam";
> 8. Letras maiúsculas para entonação enfática;
> 9. Para turnos superpostos (falas sobrepostas) utilizamos deslocamento ________ e colchetes [ ] no caso de falas simultâneas;
> 10. Para representar a simultaneidade das diversas linguagens, por exemplo, oral e gestual, deve-se alterar a formação da fonte utilizando letras em negrito, itálico ou sublinhado.

A seguir, apresenta-se e discute-se alguns resultados dessa metodologia.

Poluição sonora e o discurso de MS[4]

Inicialmente, informou-se aos professores participantes da pesquisa que seria realizado um ciclo de modelagem como parte prática da disciplina de Estágio I em Física e que as tarefas seriam registradas por meio de áudio e de vídeo para produção de dados a serem analisados futuramente. Explicou-se sobre as ações referentes ao ciclo de modelagem conforme já explicitado no Quadro 4. Após esclarecimentos sobre dúvidas com relação às tarefas a serem realizadas, todos os sujeitos aceitaram participar da pesquisa e assinaram o termo de consentimento livre e esclarecido.

Importante deixar claro que, para orientar os ciclos de modelagem, foi assumida a a ideia ressignificada de modelo matemático já discutida no capítulo anterior. Assim, entende-se que reduzir um modelo matemático a uma equação matemática limita seu poder interpretativo diante de situações complexas oriundas do contexto sociocultural dos estudantes. É necessário, portanto, conceber uma visão holística sobre a ideia de modelo matemático a fim ressignificar sua epistemologia e cognição. Nessa direção, em sua estrutura epistemológica, um modelo matemático envolve uma estrutura sistêmica, uma estrutura geométrica, uma estrutura temporal e uma estrutura de interação. Em sua estrutura cognitiva, um modelo matemático envolve modelos mentais subjacentes necessários à sustentação de compreensões e de inferências sobre o problema. Essa ideia ressignificada de modelo matemático foi importante para orientar a dinâmcia do ciclo de modelagem, pois possibilitou um olhar "mais aberto" para as produções semióticas dos grupos colaborativos.

Para apresentar o tema Poluição Sonora, escolhido após observar o contexto sociocultural da comunidade de aprendizagem (DESBIEN, 2002), suscitou-se comentários sobre o constante barulho ao redor da escola e que esse barulho poderia prejudicar a aprendizagem e a própria saúde auditiva dos estudantes e dos professores da escola. Então projetou-se no quadro branco alguns *slides* contendo uma situação-problema, conforme mostrado no quadro seguinte.

Quadro 5 – Texto motivador sobre poluição sonora.

Poluição Sonora
A poluição sonora ocorre quando, num determinado ambiente, o som altera a condição normal de audição. Embora ela não se acumule no meio ambiente, como outros tipos de poluição, causa vários danos ao corpo e à qualidade de vida das pessoas. O ruído é o que mais colabora para a existência da poluição sonora. Ele é provocado pelo som excessivo das indústrias, canteiros de obras, meios de transporte, áreas de recreação etc. Estes ruídos provocam efeitos negativos para o sistema auditivo das pessoas, além de provocar alterações comportamentais e orgânicas. A OMS (Organização Mundial de Saúde) considera que um som deve ficar em até 50 dB (decibéis – unidade de medida do nível sonoro) para não causar prejuízos ao ser humano. A partir de 50 dB, os efeitos negativos começam. Alguns problemas podem ocorrer a curto prazo, outros levam anos para serem notados. Efeitos negativos da poluição sonora na saúde dos seres humanos: insônia, estresse, depressão, perda de audição, agressividade, perda de

[4] Serão utilizadas as iniciais dos nomes dos colabores da pesquisa visando a manter o sigilo dos dados.

atenção e concentração, perda de memória, dores de cabeça, aumento da pressão arterial, cansaço, gastrite, úlcera, queda de rendimento escolar, surdez. E na escola, será ocorre poluição sonora?

Fonte: Souza (2018).

O objetivo da situação no Quadro 5 foi chamar a atenção dos professores para o problema da poluição sonora no contexto escolar e motivá-los de alguma maneira para que criassem interesse no tema abordado. A próxima figura ilustra o momento de leitura coletiva da situação-problema.

Figura 15 – Momento de leitura coletiva do texto motivador.

Fonte: Souza (2018).

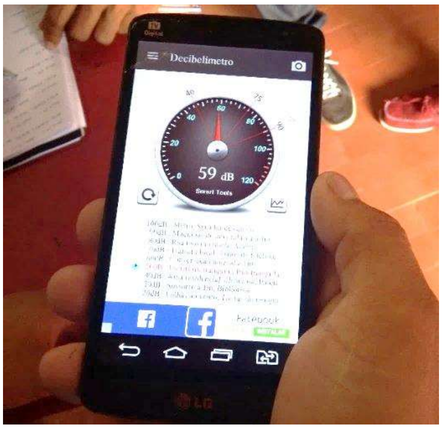
Conforme mostra a Figura 15, a situação-problema foi lida e discutida coletivamente pela classe. Esse momento de discussão grupal foi importante para consolidar a formação de uma comunidade de aprendizagem (DESBIEN, 2002) e motivar os sujeitos para a investigação do problema proposto. Jackson, Dukerich e Hestenes (2008) comentam que ciclo de modelagem geralmente inicia com a apresentação e a discussão de um problema. "Isso estabelece a compreensão de uma questão comum a ser investigada" (p. 11, tradução nossa). Julga-se fundamental fazer a descrição do problema inicial juntamente com os estudantes para que tal problema não seja percebido como uma "imposição docente", mas como um tema que pode ser pesquisado pelos grupos colaborativos.

No decorrer da leitura da situação-problema, um dos professores perguntou:

- AR: *Mas... assim... vai ter uma técnica visual ou auditiva que a gente possa identificar qual o grau de... de sonora que pode existir?*

Aproveitou-se a pergunta elaborada pelo sujeito AR para informar à comunidade de aprendizagem que a coleta de dados empíricos seria feita por meio do aplicativo *Sound Meter* a ser instalado nos *smartphones*. A figura que segue mostra tal aplicativo em funcionamento durante uma coleta de dados.

Figura 16 – Aplicativo de *smartphone* utilizado na coleta de dados sobre poluição sonora na escola.



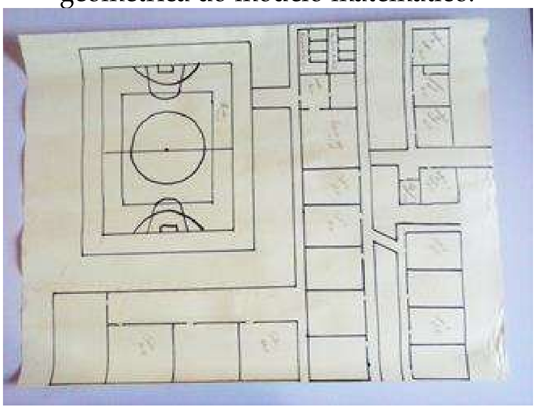
Fonte: Souza (2018).

A Figura 16 ilustra o aplicativo em funcionamento durante um procedimento de coleta de dados sobre o nível sonoro na escola em que a média mostrada no visor do aparelho foi de 59 decibéis (dB).

De acordo com o que comentamos no capítulo 2 deste livro, é importante caracterizar as estruturas sistêmica, geométrica, descritiva, interativa e temporal de um modelo matemático. Ou seja, "[...] reconhecer que *a especificação da estrutura sistêmica é um primeiro passo essencial* na construção de qualquer modelo" (HESTENES, 2010, p. 34, grifos do autor e tradução nossa). Desse modo, frisou-se aos professores sobre a importância de "ver" a escola como um sistema constituído de objetos que se inter-relacionam de alguma maneira. No caso, poderíamos considerar como objetos do "sistema-escola" seus respectivos ambientes, ou seja, diretoria, salas de aula, secretaria etc.

Ressaltou-se ainda sobre a importância de entender como era constituída a estrutura do sistema-escola. No decorrer do processo descritivo, um dos grupos desenhou em uma folha de cartolina um diagrama de descrição do tipo "planta baixa" como registro de representação para a estrutura geométrica do modelo matemático, como mostra a seguinte figura.

Figura 17 – "Planta baixa" para o sistema-escola: registro de representação para a estrutura geométrica do modelo matemático.



Fonte: Souza (2018).

Na Figura 17, observa-se um diagrama de descrição do tipo "planta baixa", importante como registro de representação para a estrutura geométrica do modelo matemático. Considera-se que um modelo deve apresentar, embora não necessariamente todas, uma estrutura sistêmica, uma estrutura geométrica, uma estrutura interacional e uma estrutura temporal (HESTENES, 1996). Enquanto registro de representação para a estrutura geométrica do sistema-escola, a "planta baixa" foi extremamente importante para identificar interações intrínsecas e extrínsecas com relação ao fenômeno da poluição sonora na escola.

Para caracterizar as estruturas sistêmica e interacional do modelo matemático, levantou-se dois questionamentos para a comunidade de aprendizagem:

- Pesquisador: *quais fatores vocês acham que influenciam na poluição sonora na escola* [estrutura sistêmica do modelo]*? Quais desses fatores vocês acham que afetam outros fatores* [estrutura interacional do modelo]*?*

Essas questões foram profícuas para gerar discussões sobre a composição e as interações internas e externas ao sistema-escola e para identificar leis de interação por meio de variáveis e constantes. O resultado dessas discussões foi que os professores perceberam que a poluição sonora na escola variava principalmente em função do local e do horário a ser medido o nível sonoro.

Hestenes (1987) ressalta que "o principal objetivo do estágio descritivo é um conjunto completo de nomes e de variáveis descritivas para o modelo matemático, juntamente com interpretações científicas para todas as variáveis" (p. 443, tradução nossa). Para caracterizar as variáveis de interesse, advertiu-se aos grupos que o nível sonoro é uma grandeza física que permite medir o quanto um som é "mais forte" ou "mais fraco" e depende da energia que a onda sonora é capaz de transferir ao se movimentar. Esclareceu-se ainda que a unidade de medida utilizada para o nível sonoro é o Bel (B), mas que essa unidade é muito grande comparada aos níveis sonoros geralmente encontrados no dia-a-dia. Assim, convencionou-se utilizar um submúltiplo do Bel: o decibel (dB), equivalente a 0,1B.

Para aprofundar discussões sobre os conceitos de nível sonoro, de intensidade sonora e sobre as unidades de medida decibel (dB) e watt/m^2, distribuiu-se uma folha de resumo conceitual para cada um dos sujeitos da pesquisa. Tal resumo foi lido e discutido coletivamente pela comunidade de aprendizagem. As dúvidas foram colocadas em público para serem compartilhadas e discutidas coletivamente. A comunidade de aprendizagem possibilitou que os próprios sujeitos agissem no sentido de esclarecer as dúvidas dos outros colegas, ora por meio de suas próprias reflexões, ora por meio de pesquisa na *internet* e em livros didáticos. Vale ressaltar que os professores poderiam consultar livremente qualquer material de pesquisa (livros, *internet*...) para reforçar compreensões ou para esclarecer dúvidas pendentes em qualquer momento do ciclo de modelagem. Finalizada a fase de detalhamento conceitual, passou-se para a fase de investigação do problema propriamente dito.

Ao orientar o planejamento da investigação, sublinhou-se sobre a importância de fundamentar cientificamente as eventuais conclusões das equipes. Destacou-se que o fundamento científico deveria sustentar qualquer proposição de solução ao problema da poluição sonora na escola. Além disso, a pesquisa científica poderia respaldar eventuais solicitações à direção da escola para melhorias das condições enfrentadas no dia-a-dia pelos professores, estudantes e funcionários.

No laboratório de investigação, comentam Heidemann, Araújo e Veit (2012), os sujeitos trabalham em pequenos grupos no planejamento e na condução de experimentos para responder ou para esclarecer o problema proposto. Então solicitou-se aos professores que se organizassem em pequenos grupos de acordo com suas afinidades para discutir e para planejar investigações. Foram formados cinco grupos colaborativos: três equipes com três componentes e duas equipes com dois componentes, totalizando treze sujeitos envolvidos na pesquisa, um dos grupos colaborativos é ilustrado pela próxima figura.

Figura 18 - Grupo colaborativo discutindo sobre o plano de investigação.

Fonte: Souza (2018).

A Figura 18 ilustra um grupo colaborativo quando discutiam sobre procedimentos necessários ao laboratório de investigação sobre a poluição sonora na escola. Aproveitou-se esse momento de planejamento para reforçar sobre o funcionamento do decibelímetro. Somente um (01) aparelho de celular não possuía o sistema *Android* para a instalação do aplicativo, fato que não provocou maiores problemas. Depois de aprenderem a manuseá-lo corretamente, os professores partiram efetivamente para a coleta de dados, tanto no interior da escola (salas de aula, secretaria, cantina, quadra etc.), quanto no exterior, nas ruas adjacentes ao prédio da escola, como mostra a seguinte figura.

Figura 19 – Grupo colaborativo realizando a produção de dados.

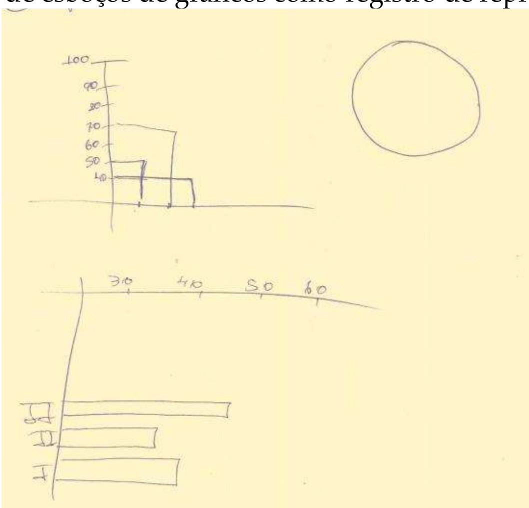
Fonte: Souza (2018).

Na Figura 19, é possível notar um ambiente de produção colaborativa de dados. Enquanto um dos professores mensurava o valor mostrado no celular, o outro fazia as anotações. Importante destacar que, enquanto coletavam dados e analisavam previamente resultados encontrados, eles percebiam e levantavam suposições sobre o melhor lugar para serem construídas as salas de aula. Verificaram que as salas de aula haviam sido construídas próximo às ruas que apresentaram maior intensidade no nível sonoro, ao passo que a quadra de esporte havia sido construída próximo às ruas com menor intensidade. Em vista disso, foi unânime a hipótese de que parece não ter havido um estudo prévio que levasse em consideração o melhor lugar para a construção das salas de aula com vistas a amenizar o problema da poluição sonora.

Possíveis erros entre os valores medidos por diferentes aparelhos em um mesmo local e horário também foi alvo de discussões no decorrer do laboratório de investigação. Um grupo chegou a efetuar várias medidas usando três celulares diferentes e verificou que cada equipamento registrava um valor diferente para os níveis sonoros. Tal fato suscitou discussões sobre o grau de validade de um modelo matemático. Entenderam que os modelos são representações parciais suscetíveis de serem melhorados em função de dados mais precisos ou de novas informações que possam enriquecê-los de alguma maneira. Nesse sentido, Desbien (2002) ressalta a importância de discutir com os aprendizes modeladores sobre a parcialidade dos modelos matemáticos e que não existe modelo certo ou errado, apenas aquele que pode favorecer melhor interpretação sobre algum aspecto da natureza.

Outro procedimento recorrente foi a elaboração de esboços de gráficos enquanto registro de representação embrionário, conforme figura a seguir.

Figura 20 – Elaboração de esboços de gráficos como registro de representação embrionário.

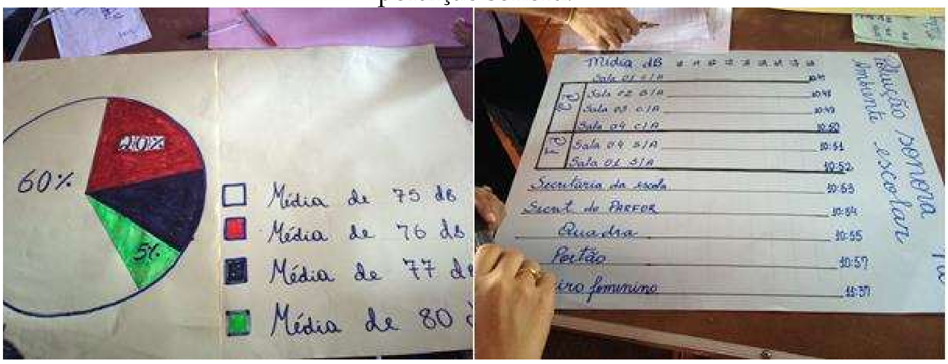


Fonte: Souza (2018).

Conforme ilustra a Figura 20, primeiramente, os professores elaboravam esboços simples para registrar os gráficos, mas sem almejarem exatidão. Posteriormente, os esboços eram repassados para os *whiteboards* com uso de réguas e de compassos visando a conseguir o máximo de exatidão nas escalas e nos traçados das curvas. Considera-se importante compreender os esboços de registros representativos como promotores de uma primeira "noção" dos possíveis modelos mentais associados a tais esboços. Nessa visão, os registros podem "dar pistas" sobre a qualidade dos modelos mentais formados quando foram produzidos. Cada traçado, cada variável, cada número presente no esboço corresponde a um elemento de significado no interior de um modelo mental subjacente. Ou seja, um traçado (vertical, horizontal, oblíquo, circular) ou uma variável (dependente ou independente) ou um número considerado inconsistente no esboço pode indicar inconsistência no modelo mental associado ao raciocínio. Isso é importante para que o professor possa corrigir eventuais incongruências conceituais antes que se consolidem na cognição do estudante como modelos mentais incoerentes.

Em função das próprias contingências no cenário da pesquisa, folhas de cartolina foram usadas como opção de baixo custo financeiro aos *whiteboards* usados para a exposição visual dos modelos matemáticos. No geral, como mostra a seguinte figura, os registros de representação mais utilizados pelos grupos foram: gráficos de barra, gráficos de coluna, gráficos de pizza e tabelas.

Figura 21 – Gráficos e tabelas: ferramentas de representação para o modelo matemático sobre poluição sonora.



Fonte: Souza (2018).

A Figura 21 ilustra que folhas de cartolina foram usadas como suporte para a exposição visual dos modelos matemáticos. Observa-se ainda que registros mais utilizados para tal exposição foram gráficos e tabelas. Contudo, caso houvesse algum erro no registro do modelo, o uso do marcador permanente na folha de cartolina dificultava o trabalho de correção, isso exigiu tempo e atenção dos grupos para não terem que recomeçar os registros em função de eventual erro. Esse fato demandou investigar outro material de baixo custo financeiro que pudesse substituir as folhas de cartolina, mas que fosse prático considerando a dinâmica argumentativa do ciclo de modelagem. No próximo relato de experiência, apresenta-se tal material.

Para iniciar a socialização das aprendizagens, organizou-se as carteiras da sala semelhante ao formato de U, cada grupo colaborativo posicionou seu *whiteboard* de tal maneira que pudesse ser visto pelos demais componentes dos outros grupos, conforme próxima figura.

Figura 22 - Sessão de discussão sobre poluição sonora.

Fonte: Souza (2018).

Na Figura 22, ilustra-se o momento da socialização das aprendizagens. Frisou-se aos professores que o interessante era discutir sobre os modelos matemáticos, especialmente sobre procedimentos para sua elaboração, sobre os conceitos envolvidos, sobre as interpretações e sobre as propostas de soluções ao problema central. Contudo, não houve preocupação em estabelecer efetivamente uma gestão de discurso, em vez disso, optou-se por deixar que os grupos falassem à vontade sem interrompê-los com algum questionamento.

Notou-se que os demais grupos também não fizeram quaisquer questionamentos ao grupo que apresentava, apenas faziam um ou outro comentário, mas sem que se estabelecesse alguma situação argumentativa.

Ressalta-se que o formato de disposição das carteiras semelhante a U não é obrigatório no ciclo de modelagem, no entanto, facilita a visualização dos modelos matemáticos entre as equipes. Hestenes (2010) considera que é principalmente nesse momento que as compreensões dos sujeitos sofrem reformulações ao serem enriquecidas durante as argumentações. Porém, como salientou Malcolm Wells (1987), para que essa reformulação efetivamente aconteça é necessária a habilidade do professor para fazer uma boa gestão do discurso de modelagem.

Fato interessante foi que, talvez por se tratar de um problema vivenciado de fato pelos sujeitos da pesquisa, portanto, do contexto sociocultural deles, houve a manifestação de diversas propostas de solução ao problema. Dentre as quais ressalta-se a possibilidade de mudar as salas de aula para o local da quadra de esporte, uma vez que na quadra o nível sonoro medido foi menor que nas salas de aula. Mas como essa proposta envolveria reconstruir toda a escola, outras propostas menos ambiciosas foram apresentadas, como a construção de lombadas nas vias movimentadas ao redor da escola, a instalação de radar sonoro e a aplicação de multas pela prefeitura da cidade.

Para finalizar a sessão de discussão, solicitou-se que os grupos produzissem relatórios sobre as tarefas realizadas. O relatório deveria descrever o problema pesquisado, os procedimentos realizados, os principais conceitos envolvidos e as propostas de solução ao problema.

Para analisar o discurso do sujeito MS visando a perceber de que maneira o ciclo de modelagem pode contribuir para a sofisticação argumentativa, as falas foram "esquadrinhadas" a partir dos *layouts* de argumentação de Toulmin (2006) discutidos anteriormente no capítulo 2. Esse passo foi necessário para identificá-las em estrutura elementar, estrutura básica ou estrutura avançada. Considerou-se que uma estrutura argumentativa elementar é composta apenas dados (D), Justificativas (J) e conclusões (C). Uma estrutura argumentativa básica, além desses três, apresenta qualificadores (Q) e/ou condições de refutação (R). Uma estrutura argumentativa avançada, além de todos esses elementos, acrescenta um fundamento (F) às justificativas do argumento.

MS foi um sujeito que, à época da pesquisa, contava com 30 anos de idade, sendo 08 anos de experiência docente municipal. No decorrer dos ciclos de modelagem, mostrou-se interessado na realização das tarefas. Participou ativamente de discussões e de pesquisas. Em grupo, era solidário com os demais colegas. No quadro a seguir, transcrevo o discurso de MS para explicar sobre o modelo matemático construído por sua equipe visando ao entendimento do problema referente à poluição sonora na escola:

Quadro 6 – Episódio discursivo de MS.

Turno	Verbal Oral	Ação/gestos
2 (04'07'')	MS: Então... a comparação dos nossos... dos nossos gráficos... a gente fez uma pesquisa né... e a gente verificou que... há uma poluição assim um pouco que alta né em relação à norma da instituição ((MS se refere ao valor limite de cinquenta decibéis estabelecido pela organização mundial de saúde)) então assim... e a gente verificou que a/aonde há um/quase um digamos que um equilíbrio para a norma padrão foi só nas/nos locais... por exemplo... cozinha... quadra... onde eram retiradas a ques/é da avenida nos locais... mas mesmo nas salas... éh:: vazias mas próximas da avenida então há uma perturbação sonora meio grande né... então há nos locais retirados não... há uma perturbação sonora quase que... quase que normal né... a/o limite... então por exemplo a quadra... a cozinha... então a gente... a gente preparou assim soluções né para amenizar esse problema... por exemplo... que fosse... é... transferido as salas que são próximas aqui da avenida... é... avenida Maicá para o outro lado né... sendo que aquela rua ali é pouco movimentada... claro que ((incompreensível)) não solucionava o problema... mas minimizaria bastante né... éh::/mas... éh::... uma outra solução que eu... questão da minha opinião seria mais viável né... questão de fechar essa...a parte... essas partes abertas... fecharia tudo... e climatizava... climatizava... então se fechasse eu acredito que é... minimizava muito mais o problema... porque a gente tem como exemplo ali a sala de... de informática né... que é toda fechada e a gente... a gente te/... a gente tem um... digamos que uma aula mais agradável né... as salas fechadas ali... porque elas não são tão fechadas mas... também são aulas mais agradáveis né... e essas aqui não... porque são... éh:: abertas assim... fica muito... nem que se fosse numa... numa... questão duma avenida... por exemplo ali... mas sempre ia haver uma perturbação sonora...	Aponta com uma régua para um gráfico no whiteboard. Gesticula sinalizando equilíbrio:  Aponta para uma rua ao lado da escola. Aponta para partes abertas na lateral da sala de aula de aula.

Fonte: Souza (2018).

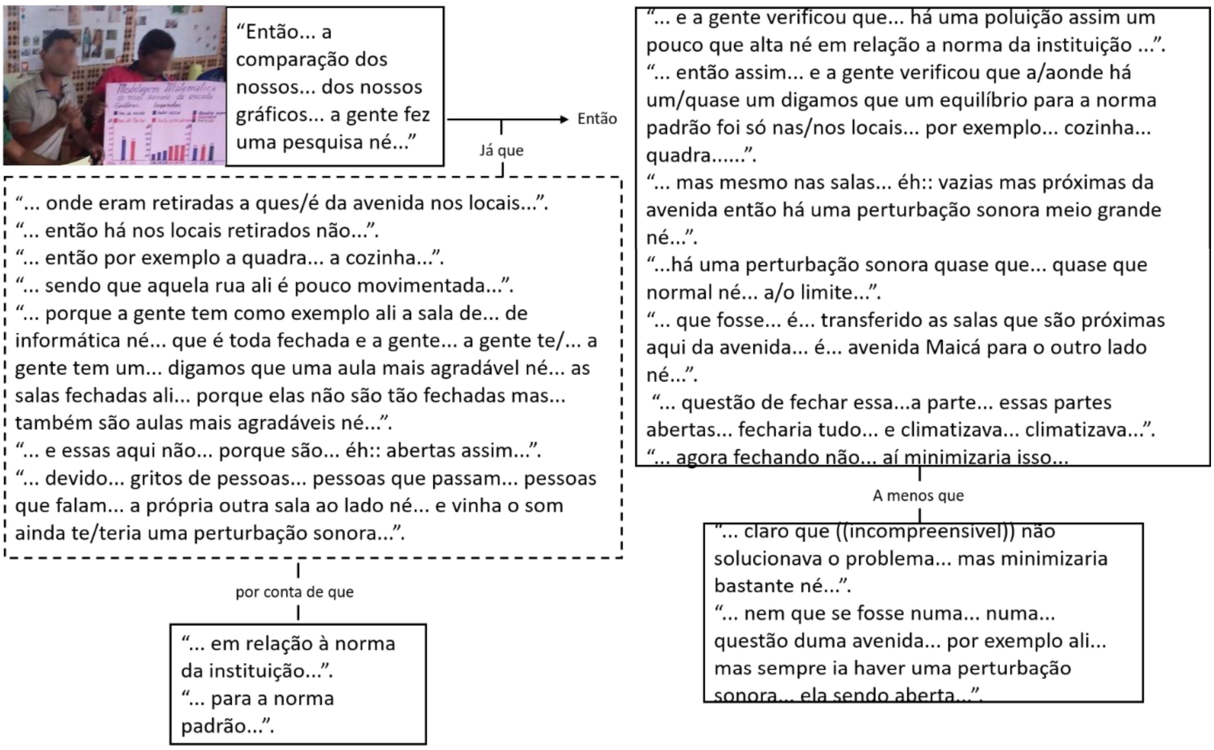
Na transcrição apresentada no Quadro 6, verifica-se que, com base nos dados sobre os níveis sonoros, MS concluiu que havia nível sonoro alto nos locais próximos às avenidas movimentadas e que, nos locais afastados dessas avenidas, o nível sonoro ficou próximo do permitido por lei. Além disso, ele concluiu que as salas de aula deveriam ser construídas no local onde ficavam a quadra de esportes ou deveriam ter suas aberturas laterais fechadas e serem climatizadas.

Tais conclusões foram fundamentadas nas garantias de que os valores obtidos para os níveis sonoros próximos às ruas movimentadas foram superiores ao permitido pela Organização Mundial de Saúde (OMS), ou seja, de 50 dB. E que, na quadra de esportes e na cozinha, os níveis sonoros ficaram próximos ao permitido por lei, assim como o valor do nível sonoro registrado nas salas fechadas.

Essas garantias foram apoiadas na normativa estabelecida pela OMS em que o valor de 50 dB deveria ser o limite aceitável do nível sonoro para garantir a saúde auditiva. Contudo, MS não atribuiu qualificadores do tipo "possivelmente" ou "provavelmente" para suas conclusões, embora tenha apresentado condições de refutação ao propor que a troca de lugar das salas de aula poderia não resolver totalmente o problema e que, por mais que as aberturas laterais fossem fechadas, ainda poderia haver algum barulho devido à proximidade da avenida movimentada.

Ao desconstruir o discurso de MS em unidades de significado, é possível analisá-lo quanto a sua estrutura argumentativa, conforme figura a seguir:

Figura 23 - Estrutura argumentativa do discurso de MS.



Fonte: Souza (2018).

Na Figura 23, o retângulo superior esquerdo representa a origem dos dados (D) do argumento, no caso, inferidos a partir do modelo matemático elaborado pela equipe de MS. O retângulo superior direito representa as conclusões (C) do argumento, obtidas com base na interpretação do modelo matemático. O retângulo central esquerdo representa as justificativas (J) do argumento para garantir as conclusões e as afirmações, sendo que o pontilhado indica que, de acordo com Vieira e Nascimento (2013), nem sempre as garantias estão explícitas nas falas dos sujeitos, mas implícitas no discurso. O retângulo inferior esquerdo representa o apoio (F) para dar sustentação às justificativas do argumento e o retângulo inferior direito representa condições de refutação (R) para as conclusões do argumento. Ou seja, trata-se de um argumento bem elaborado, portanto, estruturalmente avançado.

Interessante frisar que o argumento de MS foi passível de ser analisado a partir do *layout* avançado de Toulmin (2006), revelando ser um argumento coerente com uso de fundamento científico. Uma pergunta a colocar é: quais fatores podem ter contribuído para a formação desse argumento estruturalmente avançado? Considera-se razoável pensar que um desses fatores pode estar relacionado, ao menos em parte, à presença ostensiva do modelo matemático no movimento argumentativo. Nesse sentido, o modelo matemático parece ter contribuído para gerar um argumento estruturalmente coerente, pois ele serviu de foco para o desenvolvimento do raciocínio do sujeito.

Por outro lado, um fator que pode ser limitante ao movimento argumentativo diz respeito ao repertório conceitual dos sujeitos. Durante seu discurso, MS citou termos como "poluição sonora" e "perturbação sonora", contudo, sem aprofundar discussões sobre os significados físicos desses termos. Isso realça a importância de o professor, enquanto gestor do discurso, promover argumentações sobre conteúdos conceituais para consolidar justificativas científicas.

Para finalizar as análises desse estudo, em que se procurou evidenciar principalmente o uso de modelos matemáticos como fator importante na sofisticação das estruturas argumentativas dos estudantes, a figura que segue ilustra o apoio de um modelo matemático durante um episódio argumentativo de MS.

Figura 24 – Sujeito MS aponta com uma régua para o modelo matemático enquanto elabora seu discurso.

Fonte: Souza (2016).

Percebe-se na Figura 24 que o discurso de MS foi norteado pelos registros de representação constituintes do modelo matemático expresso no *whiteboard*. Enquanto MS verbalizava oralmente seu raciocínio, ele usava uma régua escolar para apontar para os dados do argumento. Nesse processo, o modelo matemático foi essencial para apoiar seu raciocínio argumentativo.

Denota-se, portanto, a importância dos modelos matemáticos como influenciadoras de modelos mentais. Para entender tal influência, é necessário compreender o modelo matemático como um conjunto de registros de representação associados a modelos mentais, tal como já foi discutido no capítulo 2. Nessa visão, "a justificativa de raciocínio baseado em modelo requer a tradução de modelos mentais em inferências a partir de modelos conceituais que podem ser compartilhados publicamente" (HESTENES, 2015b, p. 13, tradução nossa). Ou seja, ao compartilhar com os outros estudantes o seu raciocínio, o sujeito MS elaborou o argumento conforme traduziu seu modelo mental em linguagem verbal oral a partir de inferências apoiadas nos registros de representação. Isso sugere que a qualidade de um argumento, ou seja, sua potência justificatória, pode depender da capacidade de o sujeito associar modelos mentais a modelos matemáticos no momento do processo discursivo (conversação). Essa é uma hipótese relevante para entender a sofisticação argumentativa em ciclos de modelagem. Na próxima análise, reforçaremos algumas inferências realizadas acima.

Lixo de papel e o discurso de PC

Ao apresentar o problema do lixo de papel na escola, escolhido a partir da análise da situação socioeconômica da comunidade de aprendizagem, ressaltou-se sobre a grande quantidade de papel que diariamente circulava na escola, consequentemente, produzindo lixo em excesso. Comentou-se ainda que bastava entrar na secretaria para perceber caixas de papel empilhadas, lotes de livros didáticos, documentos arquivados, dentre outros.

Após alguns comentários dos sujeitos da pesquisa, apresentou-se um vídeo sobre a fabricação do papel. No decorrer da apresentação do vídeo, procurou-se chamar a atenção para a necessidde de fazer a retirada de celulose das árvores de forma sustentável para não agredir a natureza e causar danos irreparáveis às plantações de Eucalipto. Outro problema que se procurou reforçar foi quanto ao lixo produzido pelo uso de papel sem controle na escola.

Depois de algumas discussões sobre esse problema, suscitou-se debates sobre a quantidade de lixo de papel que seria produzida diariamente na sala de aula. Então perguntou-se: será que é produzido muito lixo de papel na sala de aula? Como seria possível minimizar o lixo de papel na escola? Essas perguntas foram importantes para motivar discussões a respeito do problema.

Hestenes (2010) sustenta sobre a importância de explicitar os componentes estruturais de um modelo matemático (estrutura sistêmica, geométrica, temporal e interacional). Diante disso, comentou-se que era necessário "olhar" a produção de papel na sala de aula como um sistema constituído de fatos que se inter-relacionavam de alguma maneira. Perguntou-se aos professores em formação:

- Pesquisador: *quais fatores vocês acham que influenciam a produção de lixo de papel na sala de aula?*

Eles responderam conjuntamente:

- Professores: *"A quantidade de alunos... a quantidade de aulas... o tipo de matéria... o tipo de atividade..."*.

Enquanto falavam, escreviam-se as respostas no quadro branco de modo a "visualizar" uma espécie de diagrama de descrição para representar a estrutura sistêmica do modelo matemático. Isso possibilitou enfatizar variáveis e constantes relacionadas ao problema, possibilitou ainda um panorama geral das estruturas sistêmica, descritiva e interacional do modelo, o que contribuiu grandemente para o desenvolvimento do ciclo de modelagem.

Visando a ressaltar a estrutura interacional do modelo, perguntou-se aos professores:

- Pesquisador (apontando para o quadro branco): *quais desses fatores poderiam ser considerados constantes? Quais fatores poderiam ser considerados variávies? Quais fatores poderiam afetar outros fatores?*

Refletindo sobre essas perguntas, os sujeitos da pesquisa perceberam que a quantidade de estudantes e a quantidade de aulas poderiam ser considerados constantes. Por outro lado, o tipo de assunto e o tipo de atividade poderiam ser considerados variáveis do problema.

Para finalizar a caracterização do problema, aprofundou-se discussões conceituais sobre unidades de massa e transformações de medidas, especialmente quilograma (kg) e grama (g). Discutiu-se ainda sobre o cálculo de área de figuras planas, unidades de área e suas transformações.

Após o detalhamento conceitual, iniciou-se a etapa de laboratório de investigação, como ilustra a próxima figura.

Figura 25 – Planejamento da investigação: lixo de papel.

Fonte: Souza (2018).

Na Figura 25, um grupo colaborativo discute sobre o planejamento da investigação. Foi necessário estimar quanto seria produzido de lixo de papel em quilogramas (kg) por apenas um estudante e multiplicar esse valor pelo número total de estudantes. Por sua vez, a produção individual de lixo de papel estava condicionada ao *modus operandi* de cada sujeito. No caso de disciplinas como matemática ou física, em que se necessita fazer diversos cálculos, ficou estimado que cada estudante produziria, em média, 1/2 folha de lixo de papel por aula.

Considerando o contexto real do PARFOR, em que cada disciplina é intensiva no turno da manhã e no turno da tarde, totalizaria 08 aulas diárias, então somariam 04 folhas de papel por dia produzidas como lixo por apenas 01 professor. Para uma turma com 13 estudantes, teríamos 52 folhas de papel por dia.

Como o problema consistia em saber a quantidade de lixo de papel em quilogramas (kg), para saber qual a massa de 52 folhas de papel, era necessário saber a massa de apenas uma folha de papel. Em meio a pesquisas, um grupo encontrou que poderiam obter a massa de uma folha de papel A4 por meio de sua gramatura (medida que relaciona a massa com a área). Desse modo, a gramatura foi pesquisada em 75 g/m². Essa "dica" logo foi repassada aos outros grupos. Assim, a massa de apenas uma folha de papel A4 foi calculada em 4,6 gramas e o peso em 0,046 newtons. Desse modo, o total de lixo de papel produzido diariamente pela turma foi calculado em 239,2 gramas.

Interessante ressaltar que para validar o valor da massa da folha de papel, além de pesquisar diretamente na *internet*, um grupo foi até uma padaria próximo à escola para "pesar" uma folha de papel. No momento da "pesagem", eles levantaram a seguinte dúvida:

- Professores: *o que pesa mais, o papel aberto ou o papel amassado?*

Para responder a essa questão, eles "pesaram" o papel de diferentes maneiras: sem dobrar ou amassar, amassado e com dobraduras. Verificaram que a massa era sempre a mesma. Quando perguntou-se para um dos professores por que ele achava que o papel aberto "pesava" menos que o papel amassado, ele respondeu:

- AG: *é porque quando a folha de papel está aberta em cima da balança... o ar embaixo dela pode diminuir seu peso...*

Sublinha-se que se encontrou a mesma resposta na explicação de outros sujeitos de outros grupos colaborativos. Esse fato pode estar sugerindo modelos mentais incoerentes e, para agir sobre eles, é necessário torná-los conhecidos de alguma maneira. Uma característica importante do ciclo de modelagem foi que a discussão em grupo não ocorreu efetivamente sobre o conhecimento formal já estabelecido, sobretudo, acerca dos modelos mentais inconsistentes que os estudantes tornavam explícitos ao verbalizarem seus raciocínios.

Devido às tarefas de pesquisa, alguns professores comentaram sobre a importância da *internet* para o êxito das atividades investigativas e também sobre o uso do *smartphone* como ferramenta de pesquisa. Considera-se que discussões dessa natureza são importantes para motivar reflexões sobre as potencialidades e as limitações que as novas (e velhas) tecnologias podem ter no ciclo de modelagem.

No final da investigação laboratorial, os modelos matemáticos foram devidamente registrados nos *whiteboards*. Ressalta-se que o uso dos pequenos quadros brancos foi, talvez, o maior desafio que se encontrou para realizar ciclos de modelagem nas condições próprias de escola pública brasileira. Um *whiteboard* convencional geralmente é fabricado utilizando-se pequenos painéis de Duratex branco de aproximadamente 80 cm x 60 cm que são vitrificados para serem utilizados como quadros magnéticos portáteis. No contexto econômico da pesquisa, infelizmente, não havia recursos financeiros para investir na compra desses quadros. Surgiu, então, a precisão de confeccionar *whiteboards* de baixo custo financeiro, mas que fossem funcionais à dinâmica do ciclo de modelagem.

Após minuciosa pesquisa e reflexão, encontrou-se uma solução altamente eficaz para esse problema: revestir folhas de papel cartão com folha de papel *contact*! A figura que segue mostra um *whiteboard* de baixo custo financeiro em uso pelos professores.

Figura 26 – Sessão de discussão sobre lixo de papel.

Fonte: Souza (2018).

Na Figura 26, observa-se um *whiteboard* de baixo custo em uso pelos participantes da pesquisa. O papel cartão tem boa rigidez e o papel *contact* possibilita escrita e correção com marcadores para quadro branco de diferentes cores. Os registros de representação mais utilizados foram: tabelas, gráficos e equações. Cada grupo decidiu sobre a melhor maneira de registrar seus modelos matemáticos. Isso fez com que houvesse a elaboração de diferentes modelos matemáticos entre as equipes, mesmo sendo desenvolvidos a partir do mesmo problema.

Evidentemente, modelos matemáticos diferentes resultou em argumentos diferentes nas sessões de discussão. Nesse sentido, os pequenos quadros brancos foram importantes porque serviram de norte para o registro e para a discussão colaborativa dos modelos matemáticos. Interessante notar que as equipes efetuaram análises peculiares sobre seus modelos, portanto, sobre a própria situação modelada, mas as análises como um todo não foram divergentes, sobretudo, complementares. De certa forma, essa complementariedade foi útil para validar os diferentes modelos matemáticos ao reforçar considerações feitas pelos grupos durante a socialização das aprendizagens.

Diferentemente da atividade sobre poluição sonora, em que os grupos elaboraram livremente seus discursos sem que ocorresse questionamentos geradores de situações de argumentação, nesta atividade, optou-se por realizar o discurso de modelagem por meio da gestão diretiva. Ou seja, enquanto defendiam seus modelos, questionava-se diretamente os professores de modo a gerar situações de argumentação. Notou-se que eles, ao verbalizarem seus pensamentos e procedimentos, o faziam quase sempre em direção ao professor da turma, sob influência de sua figura de autoridade (DESBIEN, 2002). Para evitar esse direcionamento e favorecer discussões intergrupos, evitou-se ficar em um ponto fixo na sala de aula. Ao mudar discretamente de lugar e incentivar a participação dos outros grupos para que lançassem questionamentos, a gestão diretiva parecia sofrer transição gradual para a gestão não-diretiva, movimento importante para motivar discussões intergrupos.

Nessa dinâmica, uma das possibilidades mais destacadas pela maioria dos grupos para amenizar o problema do lixo de papel, não somente na sala de aula, mas em toda a escola, foi transformar livros impressos em livros digitais que pudessem ser lidos diretamente nos *smartphones*, uma vez que o *smartphone* é uma tecnologia comum entre os estudantes. Outra solução foi utilizar documentos digitais para expedir declarações, ofícios e outros expedientes próprios da escola. Além disso, foi proposto o uso frequente dos *whiteboards* de baixo custo no decorrer das aulas, seja para resolver problemas em grupo ou gerar discussões sobre algum conceito, pois isso diminuiria a quantidade de papel na sala de aula, uma vez poderiam ser limpos e reutilizados em aulas posteriores.

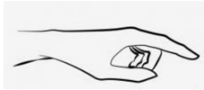
Pana finalizar o ciclo de modelagem, solicitou-se que as equipes produzissem relatórios escritos sobre a atividades. Nos relatórios, eles deveriam discutir sobre os procedimentos realizados, conteúdos mobilizados e soluções encontradas.

A transcrição no próximo quadro, que vai desde o turno 2 ao turno 12, refere-se ao momento em que o sujeito PC inicia seu discurso para defender o modelo matemático de sua equipe referente ao problema do lixo de papel na sala de aula.

À época da pesquisa de campo, PC contava com 24 anos de idade, sendo 03 anos de experiência docente na esfera municipal. Durante os ciclos de modelagem, mostrou-se participativo e reflexivo frente as situações analisadas. Não mediu esforços para pesquisar dados qualitativos e quantitativos. Sua curiosidade o levava a ser questionador, ao mesmo tempo, procurava responder suas próprias perguntas por meio de pesquisas. Não gostava de ficar em grupos grandes, porém, mostrava-se solidário com os componentes de seu grupo e com os componentes dos outros grupos.

Quadro 7 – Episódio discursivo de PC: lixo de papel.

Turno	Discurso Verbal	Ação/Gestos
2 (02'15'')	PC: Lembrando lá da geometria... desenhei uma folha... a unidade que dava... dava em milímetros... e eu transformei logo para metros... então duzentos e dez milímetros equivale a zero virgula vinte e um metros... que era altura da folha... ou a largura... nesse caso aqui o comprimento que seria igual à base... dava duzentos e noventa e sete milímetros... eu transformei para zero vírgula duzentos e noventa e sete metros... então aí... eu calculei a área de uma folha... a área de uma folha é igual à base vezes a altura... que é um retângulo... calculei uma área medida em metros quadrados... por isso que eu fiz aquelas transformações antes... então zero vírgula vinte e um vezes zero vírgula duzentos e noventa e sete é igual a zero vírgula zero seiscentos... seis mil... seis mil duzentos e trinta e sete metros quadrados... ou zero vírgula zero seis aproximadamente... só que eu não usei essa aproximação... depois... eu usei a proporção... que a informação que tinha lá... na capa do negócio lá ((PC se refere à gramatura da folha de papel A4) dizia que setenta e cinco	Aponta para o *whiteboard*. Gesticula apontando para o *whiteboard*:

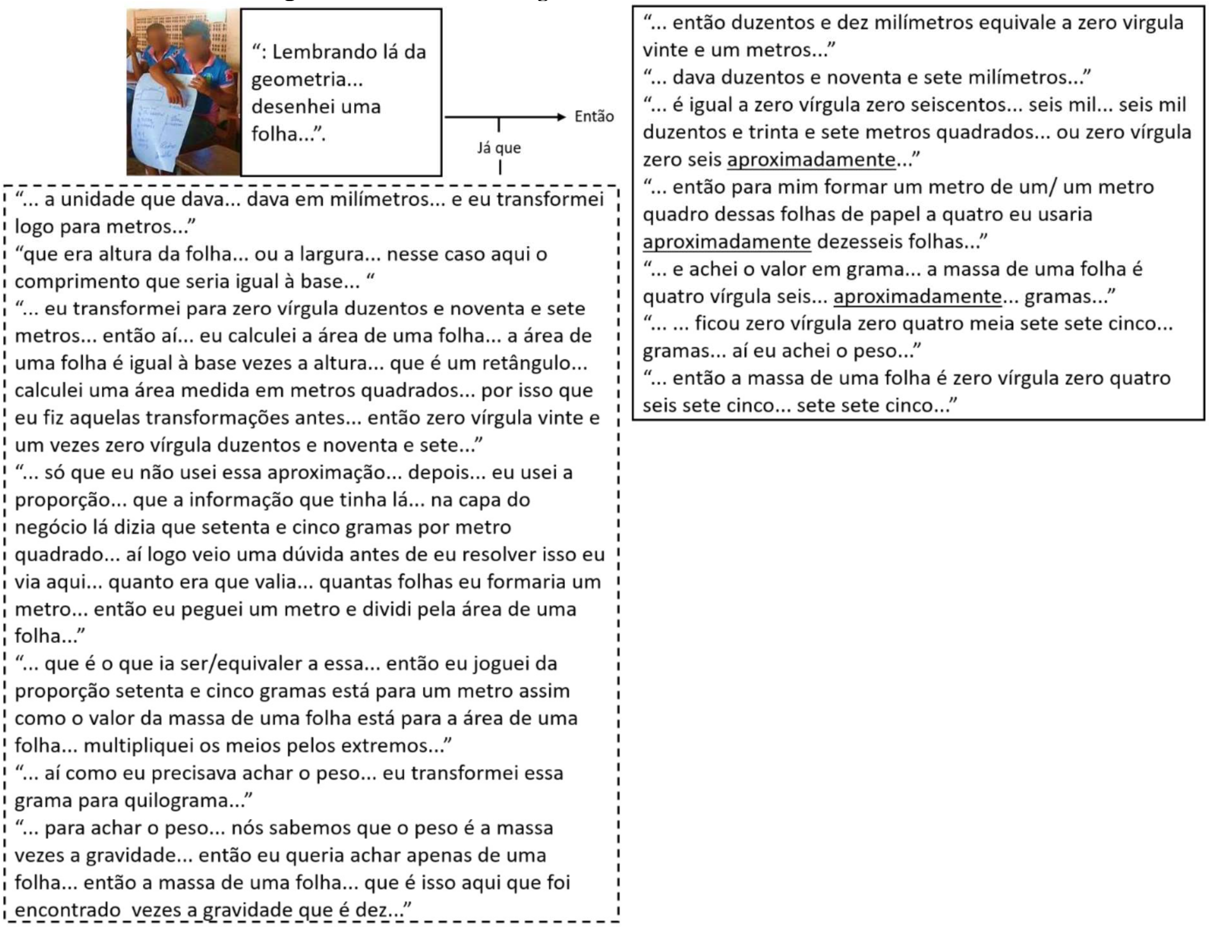
	gramas por metro quadrado... aí logo veio uma dúvida antes de eu resolver isso eu via aqui... quanto era que valia... quantas folhas eu formaria um metro... então eu peguei um metro e dividi pela área de uma folha... então para mim formar um metro de um/ um metro quadro dessas folhas de papel a quatro eu usaria aproximadamente dezesseis folhas... que é o que ia ser/equivaler a essa ((incompreensível))... então eu joguei da proporção setenta e cinco gramas está para um metro assim como o valor da massa de uma folha está para a área de uma folha... multipliquei os meios pelos extremos... e achei o valor em grama... a massa de uma folha é quatro vírgula seis... aproximadamente... gramas... aí como eu precisava achar o peso... eu transformei essa grama para quilograma... ficou zero vírgula zero quatro meia sete sete cinco... gramas... aí eu achei o peso... para achar o peso... nós sabemos que o peso é a massa vezes a gravidade... então eu queria achar apenas de uma folha... então a massa de uma folha... que é isso aqui que foi encontrado vezes a gravidade que é dez... então a massa de uma folha é zero vírgula zero quatro seis sete cinco... sete sete cinco...	 Aponta para o valor da massa no *whiteboard*. (Continua...).
3 (5'02")	Professor-pesquisador: Alí em cima por que que você transformou para metros?	Aponta para a parte superior do *whiteboard*.
4 (5′06′′)	PC: Aqui... por que... a área é medida em metros quadrados... então por isso que eu transformei essa informação... para facilitar o cálculo...	Aponta para a parte superior do *whiteboard*.
5 (5′16′′)	Professor-pesquisador: E como foi que você fez para calcular a área?	
6 (5′18′′)	PC: A área... base vezes altura...	
7 (5′22′′)	Professor-pesquisador: E da onde você tirou essa informação bases vezes altura?	
8 (5′28′′)	PC: Tá aqui na imagem que é um retângulo... cálculo da área de um retângulo... é a base vezes a altura...	Aponta para o *whiteboard*.
9 (5′35′′)	EF: Por causa do/da embalagem né...	
10 (5′40′′)	LC: O formato da folha...	
11 (5′44′′)	Professor-pesquisador: Se não fosse retângulo?	
12 (5′48′′)	PC: Se fosse um triângulo teria que usar outra fórmula... se fosse um/uma circunferência... pi erre ao quadrado...	

Fonte: Souza (2018).

O Quadro 7 apresenta a transcrição do discurso de PC durante o momento de socialização da aprendizagem no ciclo de modelagem sobre o lixo de papel. Verifica-se no turno 2 que, a partir dos dados presentes no modelo matemático, PC concluiu que a área de uma folha de papel era proximamente igual a 0,06 m². Conclusão justificada na garantia de que, sendo a folha em forma de retângulo, para encontrar tal valor, ele multiplicou o valor da base (0,21 m) pelo valor da altura (0,297 m). Além disso, concluiu que a massa de apenas uma folha de papel correspondia a 4,6 g, justificando que tal valor foi calculado ao aplicar a proporção direta obtida da gramatura do papel A4 (75g/m²). Por fim, PC concluiu que o peso de uma folha de papal A4 correspondia a aproximadamente 0,04 newtons; cuja garantia para esta afirmação foi que o peso poderia ser calculado multiplicando-se a massa da folha de papel pela aceleração da gravidade local. Além disso, verifica-se que PC apresentou o qualificador "aproximadamente" para suas afirmações, contudo, não apresentou condições de refutação ou apoio científico para o uso da equação no cálculo da área da folha de papel.

Utilizando-se o *layout* de Toulmin (2006), a estrutura do argumento de PC pode ser esquematizada como mostra a figura que segue.

Figura 27 - Estrutura argumentativa do discurso PC.



Fonte: Souza (2018).

Na figura 27, o retângulo superior esquerdo representa a origem dos dados (D) do argumento, inferidos a partir da leitura do modelo matemático. O retângulo da direita representa as conclusões (C) do argumento. Note a presença do qualificador (Q) "aproximadamente" no interior das conclusões. O retângulo inferior esquerdo representa as justificativas (J) do argumento, que legitimaram as conclusões. Considerando que este argumento não apresenta condições de refutação (R) ou apoio científico (F) para as garantias, podemos reconhecê-lo como estruturalmente básico, pois apresenta somente advérbios que qualificam as conclusões.

Poderíamos perguntar: qual fator pode estar contribuindo para a formação de um argumento estruturalmente básico? Novamente, supõem-se que um fator que parece estar interferindo na sofisticação do argumento de PC, ao menos em parte, é a presença ostensiva (visual) do modelo matemático no cenário argumentativo. Percebe-se que o modelo matemático serviu de foco para o desenvolvimento do raciocínio de PC. A todo o instante, ele apontava para o modelo matemático buscando informações potencializadas nos registros de representação. Ao fazer isso, transformava as inferências em afirmativas ou conclusões do argumento. Isso reforça a hipótese de que a sofisticação de um argumento ou sua potência justificatória pode depender da capacidade de o sujeito associar modelos mentais a modelos matemáticos no momento do processo argumentativo.

Contudo, dada a ausência do fundamento científico na estrutura argumentativa elaborada por PC, embora importante para a sofisticação do argumento, infere-se que a presença do modelo matemático por si só no cenário argumentativo não foi suficiente para que PC gerasse um argumento avançado e fundamentasse suas justificativas em apoios científicos. Para isso, fez-se necessária a constituição de um discurso do tipo diretivo.

À primeira vista, por ter elaborado um modelo matemático funcional para analisar o peso da folha de papel e ter aplicado apropriadamente as equações para o cálculo da área e do peso, seria esperado o professor da turma ficar satisfeito com as respostas apresentadas por PC. Contudo, a estrutura básica do seu argumento revela a necessidade de ação pedagógica por meio de gestão diretiva para evidenciar os apoios científicos subjacentes aos procedimentos realizados a fim de evoluí-lo a uma estrutura argumentativa avançada.

Nesse sentido, para estabelecer um discurso de modelagem do tipo diretivo foi preciso uma série de questionamentos (turno 03 ao turno 12 do Quadro 7), como se descreve nas passagens que segue:

-Pesquisador: *Como foi mesmo que você fez para calcular a área da folha de papel?*

Nesse momento, PC apontou para o *whiteboard* e respondeu:

-PC: *Multipliquei a base vezes a altura...*

-Pesquisador: *E como você sabe que a área pode ser calculada multiplicando-se a base vezes a altura?*

Então, PC apontou para um retângulo desenhado no *whiteboard* e respondeu:

-PC: *Pela imagem dá para saber... pois é um retângulo e a área de um retângulo é calculada multiplicando-se a base vezes a altura...*

Em auxílio ao sujeito PC, o sujeito LC acrescentou:

-LC: *Professor... nesse caso... o formato da folha indica que a área pode ser calculada dessa maneira...*

Então, para inserir uma condição de refutação, questionou-se:

-Pesquisador: *E se não fosse retângulo?*

Outro sujeito, EF, exemplificou:

-EF: *Se fosse um triângulo usaria outra fórmula...*

O sujeito PC forneceu outro exemplo:

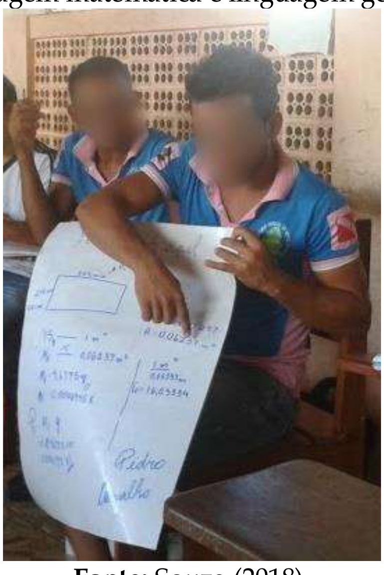
-PC: *Se fosse uma circunferência seria pi erre quadrado...*

No trecho acima, verifica-se a tentativa do professor da turma enquanto gestor do discurso em estabelecer uma gestão diretiva com o objetivo de evidenciar o apoio científico subjacente ao uso da equação usada no cálculo da área da folha de papel. Ao questionar como o sujeito PC sabia que para calcular a área do retângulo poderia multiplicar a base vezes a altura, a intenção era evidenciar o fundamento científico da equação $A = b\ x\ h$. Contudo, ficou evidente nas respostas dadas que os sujeitos associavam o cálculo de áreas predominantemente ao formato de superfícies: "Pela imagem dá para saber... pois é um retângulo e a área de um retângulo é calculada multiplicando-se a base vezes a altura..." (PC); "Professor... nesse caso... o formato da folha indica que a área pode ser calculada dessa maneira..." (LC). Ou seja, respostas fundamentadas no uso rotineiro de fórmulas e que tal uso precisa ser reflexivo de modo a levar a explicações envolvendo fundamentos matemáticos, por exemplo, dividindo-se um retângulo em grade e estabelecendo-se relações entre o número de retângulos menores e sua área total.

Desse modo, a falta de apoio científico para justificar o uso da equação sugere que os sujeitos da pesquisa sabiam operacionalizá-la, mas dificilmente possuíam modelos mentais capazes de estabelecer fundamentos científicos consubstanciados para tal operação. Por outro lado, tal constatação foi possível porque os "argumentos-em-ato" foram analisados por meio dos *layouts* de Toulmin (2006). Isso favoreceu a percepção da falta do apoio (F) às justificativas no exato momento em que os argumentos eram verbalizados oralmente em sala de aula. Os *layouts* argumentativos, portanto, mostraram-se uma ferramenta de análise poderosa para avaliar "em tempo real" o discurso dos estudantes, possibilitando identificar lacunas em seus modelos mentais, consequentemente, elaborar questionamentos visando a reformulações apropriadas.

A figura que segue ilustra múltiplas linguagens no processo argumentativo com apoio dos *whiteboards*.

Figura 28 – Uso de múltiplas linguagens no cenário argumentativo: linguagem verbal oral, linguagem matemática e linguagem gestual.



Fonte: Souza (2018).

Na Figura 28, nota-se que, enquanto PC usa a linguagem verbal oral, ele também usa a linguagem gestual para apontar para o modelo matemático registrado no *whiteboard*. Desse modo, a associação entre a tríade de linguagens (verbal oral, matemática e gestual) certamente foi um fator que pode contribuir para a sofisticação argumentativa dos sujeitos. Enquanto MS utilizava a linguagem oral para verbalizar seu modelo mental durante a situação argumentativa, constantemente, ele utilizava a linguagem gestual para apontar para os registros de representação no modelo matemático.

Assim, podemos inferir que o processo argumentativo de MS suscitou o uso de pelo menos três tipos de linguagens: a linguagem verbal oral, a linguagem gestual e a linguagem matemática. A linguagem verbal oral caracteriza-se pelo expressar-se por meio de palavras utilizando a voz, momento em que MS deixou conhecer seus pensamentos e sentimentos de maneira natural, ou seja, sem recursos simbólicos. A linguagem matemática é rica em recursos simbólicos, por isso é importante para o desenvolvimento do próprio raciocínio, também para desenvolver modelos mentais. A linguagem gestual corresponde a encenações e a movimentos peculiares que MS fez durante seu discurso, envolve gestos, posturas, expressões faciais, movimento dos olhos, proximidade entre locutor e interlocutor. Suspeita-se que essa riqueza de linguagens foi possível devido à presença do *whiteboard* no cenário argumentativo, caso contrário, predominaria a linguagem verbal oral, como é comum em discursos de salas de aula convencionais. Desse modo, ao que parece, os modelos matemáticos expressos nos *whiteboards* exerceram a relevante função de potencializar o discurso dos estudantes ao possibilitar o uso associado de múltiplas formas de linguagens.

Destaca-se ainda que os *whiteboards* de baixo custo financeiro se configuraram como ferramentas de representação de fácil aquisição e de fácil implementação, mas importantes ao movimento argumentativo no ciclo de modelagem. Contudo, a presença por si só do *whiteboard* no episódio discursivo mostrou-se insuficiente para promover melhoramentos consideráveis nas estruturas argumentativas dos professores.

Nesse sentido, sublinha-se que houve a necessidade de estabelecer um discurso do tipo diretivo, momento em que se atuou ativamente na proposição de questionamentos direcionados aos grupos. Ao fundamentarem suas explicações apoiando cognitivamente suas falas nos modelos matemáticos, simultaneamente, a própria estrutura dos "argumentos-em-ato" pareceu sofrer sofisticação, passando de argumentos elementares a argumentos avançados.

O discurso de LM e BC: linguagens múltiplas

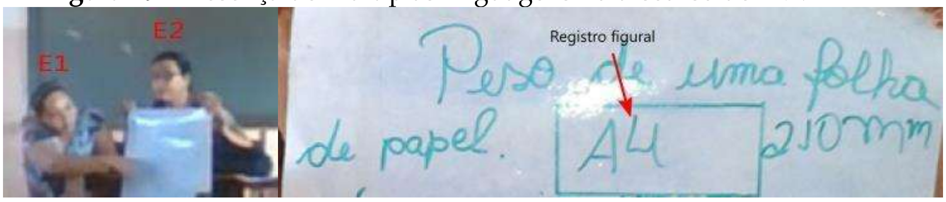
Para aprofundar sobre a importância das múltiplas linguagens no processo de sofisticação argumentativa no ciclo de modelagem, serão analisadas as falas de duas professores no decorrer da socialização da aprendizagem sobre o lixo de papel.

O primeiro trecho realça um momento em que as professoras, denominadas por LM e BC, socializam um *whiteboard*.

-LM: *Primeiro nós desenhamos uma folha de papel A4... e vimos que ela formava um retângulo... como nós já estudamos geometria... já fizemos vários trabalhos sobre áreas... e sabemos que a área de um retângulo é a base vezes a altura... fizemos um cálculo aqui [apontando para um cálculo no whiteboard]... colocamos em milímetro... fizemos o cálculo de área... e depois transformamos em metro quadrado...*

Nesse trecho, LM começa a explicar como a equipe fez para calcular o peso da folha de papel A4. Ela diz: "primeiro nós desenhamos uma folha de papel A4"; enquanto fala, aponta para um desenho com forma de retângulo no *whiteboard*, conforme ilustrado a seguir.

Figura 29– Presença de múltiplas linguagens no discurso de LM.



Fonte: Souza (2016).

Na Figura 29, o ato de falar e, simultaneamente, apontar para um registro figural como suporte ao discurso oral envolve o compartilhamento de pelo menos três linguagens diferentes: a verbal oral; a matemática e a corporal.

Em outro momento do trecho, a educadora LM diz:

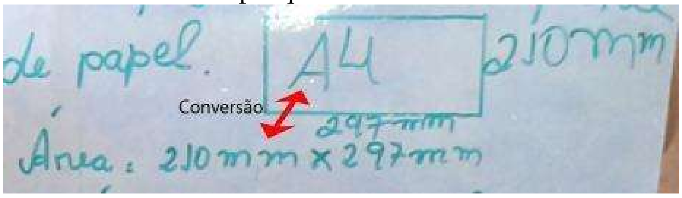
-LM: ... *e sabemos que a área de um retângulo é a base vezes a altura"...*

E aponta para uma equação matemática registrada no *whiteboard*, conforme a figura acima.

A dinâmica desenvolvida por LM chama a atenção pela harmonia da linguagem matemática com as linguagens oral e corporal. O fato de LM não ter registrando no *whiteboard* a equação para o cálculo da área, $A = b \cdot h$ (em que b é a base e h a altura), não prejudicou a compreensão do procedimento adotado, pois ela "descreveu oralmente" a equação enquanto apontava para o registro de representação. Percebe-se, dessa maneira, a importância do *whiteboard* como mediador entre as diversas linguagens utilizadas no discurso de LM.

Infere-se por meio da Figura 30 que segue, que a conversão entre os registros de representação que possibilitou a efetivação do cálculo. "Converter é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro" (DUVAL, 2009, p. 58). A mudança na forma do registro permitiu o tratamento em termos de expansão informacional para se chegar ao valor da área da folha de papel, tratamento esse impossível de fazer no registro figural.

Figura 30– Conversão do registro figural para o registro simbólico Fonte: resultados da pesquisa.



Fonte: Souza (2016).

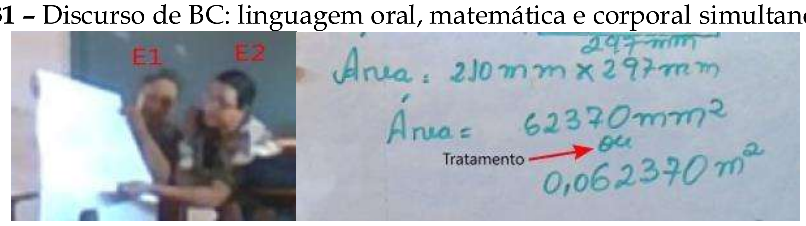
Desse modo, os *whiteboards* revelam-se potencializadores para as atividades de conversões e de tratamentos colaborativos durante os discursos dos aprendizes. Ao apontar para o registro de representação e falar que a área de um retângulo é calculada multiplicando-se "a base vezes a altura", a educadora LM parece conseguir associar com maior facilidade os registros de representação ao seu pensamento.

O próximo trecho apresenta o discurso da educadora BC:

-BC: *Aí no caso para transformar as unidades... nós usamos a unidade de área... aí que deu esse valor aqui 0, 062370 m²... aí como nós precisávamos saber a massa de uma folha apenas né... aí partimos pra regra de três... aí se 1 m² tem 75 gramas... então nós procuramos saber quanto é que tem esse resultado aqui que está em m²... quantas gramas teria...*

Nesse trecho, a educadora BC explica como a equipe fez para chegar ao resultado da área da folha de papel. Ela relata que foi necessário transformar as unidades de medida, inicialmente de mm² para m²: "*Aí no caso para transformar as unidades de medida ... nós usamos a unidade de área... aí que deu esse valor aqui 0, 062370 m²*". A figura seguinte ilustra esse momento do discurso de BC.

Figura 31 – Discurso de BC: linguagem oral, matemática e corporal simultaneamente.



Fonte: Souza (2016).

Infere-se na Figura 31 que o *whiteboard* mediou a interação de pelo menos três linguagens: a verbal oral; a matemática e a corporal. Destaca-se a atividade de tratamento feita por BC necessária para passar de uma unidade de medida a outra, mas permanecendo o mesmo registro simbólico.

Para finalizar, destaca-se que o tratamento em si não foi registrado no *whiteboard*, mas o termo "ou" entre as inscrições 62370 mm² e 0,062370 m² indica a efetivação do tratamento. Frisa-se, dessa maneira, que a presença do *whiteboard* no discurso caracteriza-se relevante para promover atividades de tratamentos e conversões em registros de representação, potencializando a sofisticação dos argumentos no ciclo de modelagem. Por outro lado, com a ausência do *whiteboard* no discurso, a socialização das aprendizagens geralmente conta apenas com a linguagem oral e corporal, dificilmente ocorrem discussões colaborativas sobre tratamentos e conversões entre registros, inibindo os argumentos dos sujeitos.

PERSPECTIVAS FINAIS

O objetivo deste livro foi compreender como o uso de múltiplos registros de representação pode favorecer a sofisticação argumentativa em ciclos de modelagem no contexto do ensino de física. Acredita-se que tal objetivo foi contemplado, ao menos parcialmente. A seguir, serão ressaltados alguns pontos principais da pesquisa.

Diante das evidências, é possível inferir que os argumentos dos sujeitos MS, PC, LM e BC sofreram sofisticação estrutural em função da presença ostensiva do modelo matemático no cenário cognitivo e argumentativo.

Essa função cognitiva do modelo matemático fica ressaltada durante a socialização do conhecimento no ciclo de modelagem, momento geralmente realizado em grupos colaborativos, no qual os estudantes discutem sobre conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais envolvidos na construção de modelos matemáticos. Nesse momento, a argumentação científica é apoiada didaticamente em pequenos quadros brancos (*whiteboards*) que permitem compartilhar interativamente múltiplos registros de representação, consequentemente, os modelos mentais são reformulados.

Decerto que o modelo matemático de *per si* dificilmente contribuiu para a sofisticação dos argumentos dos estudantes. Quer dizer, não é a presença do modelo matemático que modifica a maneira com que os estudantes apresentam suas justificativas, sobretudo, a interação dos registros de representação que constituem sua estrutura epistêmica com os modelos mentais formados pelos estudantes no momento que operam sobre o modelo matemático. Nesse processo, os modelos mentais são influenciados pelos modelos matemáticos, estes por sua vez constituídos por múltiplas sistemas semióticos. É dessa interação modelo matemático-modelo mental que resulta a sofisticação dos argumentos dos estudantes em ciclos de modelagem.

Resulta que o professor enquanto orientador ativo da aprendizagem tem um papel pedagógico fundamental: orientar episódios discursivos sustentados cientificamente nos modelos matemáticos produzidos pelos estudantes. Destaca-se ainda nesse papel pedagógico do professor o apoio essencial dos *whiteboards* na promoção da interação efetiva entre a linguagem verbal oral, a linguagem matemática e a linguagem gestual.

No entanto, é possível questionar: até que ponto os argumentos podem ter sofrido sofisticação em suas estruturas somente em função da presença dos modelos matemáticos no episódio discursivo? quais outras tarefas os sujeitos da pesquisa realizaram no ciclo de modelagem que podem ter influenciado na sofisticação de seus argumentos?

Diante do exposto, não foi nossa intenção esgotar as possibilidades de análises, mas esperamos, ao menos, ter lançado reflexões sobre a importância do ciclo de modelagem como promotor da sofisticação dos argumentos dos estudantes, consequentemente, promotor de aprendizagem ativa.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.** 2ed. São Paulo: Contexto, 2004, 389p.

BORGES, A. T. Um estudo de modelos mentais. **Revista Investigação em Ensino de Ciências,** Rio Grande do Sul, v. 2, n. 3, dez 1997. Disponível em <http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID34/v2_n3_a1997.pdf> Acesso em 12 jun 2020.

CARVALHO, A. M. P. Uma metodologia de pesquisa para estudar os processos de ensino e aprendizagem em salas de aula. In: SANTOS, F. M. T; GRECA, I. M. **A pesquisa em ensino de ciências no Brasil e suas metodologias.** Ijuí: Unijuí, 2006, p. 13-48.

DESBIEN, D. M. **Modeling discourse management compared to other classroom management styles in university physic**. 2002. 100f. Dissertation (Doctor of Philosophy)-Arizona State University Arizona, Arizona, 2002.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática***:* registros de representação semiótica. 4 ed. Campinas: Papirus, 2008, p.11-33.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano:** registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução: Lênio Levy e Marisa Silveira. São Paulo: Editora da Física, 2009, 113p.

FERNANDES, R. G. **Modelos mentais em Mecânica Introdutória:** uma simulação computacional. 2000. 158f. Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2000.

FERRARI, L. **Introdução à linguística cognitiva.** São Paulo: Contexto, 2016, 171p.

HEIDEMANN, L. A; ARAUJO, I. S.; VEIT, E. A. Ciclos de modelagem: uma proposta para integrar atividades baseadas em simulações computacionais e atividades experimentais no ensino de física. **Cad. Bras. Ens. Fís.,** Florianópolis, v. 29, n. Especial 2, p. 965-1007, 2012.

HESTENES, D. O Conceptual Modeling in physics, mathematics and cognitive science. **SemiotiX**, 2015. Disponível em: https://semioticon.com/semiotix/. Acesso em: 12 out. 2020.

HESTENES, D. O. **Modeling methodology for physics teachers**. 1996. Disponível em: http://modeling.asu.edu/R&E/ModelingMeth-jul98.pdf. Acesso em: 09 jun. 2018.

HESTENES, D. O. Modeling theory for math and science education. In: LESH, R. et al. (Eds.) **Modeling student's mathematical modeling competencies**. New York: Springer, 2010, p. 13-42.

HESTENES, D. O. Notes for a modeling theory of science, cognition and instruction. In: GIREP CONFERENCE, 2006, Amsterdam. **Proceedings...** Amsterdam: Girep, 2006, p. 34-65.

HESTENES, D. O. Toward a modeling theory of physics instruction. **American Journal of Physics**. Melville, v. 55, n. 5, p. 440-454, may, 1987.

JACKSON, J.; DUKERICH, L.; HESTENES, D. Modeling instruction: an effective model for science education. **Science Educator**, v. 17, n. 1, p. 10-17, Spring, 2008.

JUSTI. R. Relações entre argumentação e modelagem no contexto da ciência e do ensino de ciências. **Revista Ensaio**, Belo Horizonte, v. 17, n. especial, p. 31-48, nov. 2015.

LEITÃO, S. O lugar da argumentação na construção do conhecimento em sala de aula. In: DAMIANOVIC, M. C.; LEITÃO, S. (Orgs.). **Argumentação na escola**: o conhecimento em construção. São Paulo: Pontes Editores, 2011, p. 13-46.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise textual discursiva**. 3 ed. Rio Grande do Sul: Unijui, 2016, 224p.

MOREIRA, M. A. Modelos mentais. *Revista Investigação em Ensino de Ciências,* Rio Grande do Sul, v. 1, n. 3, dez 1996. Disponível em <http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID17/v1_n3_a1.pdf>. Acesso em 12 jun 2020.

PINHEIRO, T. F. Modelização de variáveis: uma maneira de caracterizar o papel estruturador da matemática no conhecimento científico. In: PIETROCOLA, M. (Org.). **Ensino de física:** conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora. Florianópolis: UFSC, 2001. p. 33-150.

ROZAL, E. F. **Modelagem matemática e os temas transversais na educação de jovens e adultos. Belém,** 2007. 164f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – NPADC, Universidade Federal do Pará.

SANTIAGO, C. Argumentação: a retórica antiga, a nova retórica e a perspectiva enunciativo-dialógica. In: LIBERALI, F. C et al. (Orgs.). **Argumentação em contexto escolar**: relatos de pesquisa. São Paulo: Pontes Editores, 2016, p. 15-33.

SASSERON, L. H.; CARVALHO, A. M. P. Construindo argumentação na sala de aula: a presença do ciclo argumentativo, os indicadores de alfabetização científica e o padrão de Toulmin. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 17, n. 1, p. 97-114, 2011.

SOUZA, E. S R. **Modelagem matemática no ensino de física:** registros de representação semiótica. 2010. 124f. Dissertação (Mestrado)-Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2010.

SOUZA, E. S. R. **Modelagem matemática gerando ambiente de alfabetização científica: discussões no ensino de física**. 2018. 237f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso/Universidade Federal do Pará, Belém, 2018.

SOUZA, E. S. R. Registros de representação em instrução por modelagem. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE LINGUAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 1. 2016, Belém. **Anais**...Belém: IEMCI/UFPA, 2016. 1 CD-ROM.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** 17 ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2014. 325p.

TOULMIN, S. E. **Os usos do argumento.** Trad. Reinaldo Guarany. 2 ed. São Paulo: Martins Fontes, 2006, 375p.

VIEIRA, R. D.; NASCIMENTO, S. S. **Argumentação no ensino de ciências**: tendências, práticas e metodologia de análise. Curitiba: Appris, 2013, 112p.

WELLS, M. **Modeling instruction in high school physics.** 1987. 166f. Dissertation (Doctor of Education)-Physics Department, Arizona State University, Arizona, 1987. Disponível em <http://modeling.asu.edu/thesis/WellsMalcolm_dissertation.doc>. Acesso em: 18 out. 2017.

SOBRE O AUTOR

Ednilson Sergio Ramalho de Souza obteve Doutorado em Educação em Ciências e Matemática no ano de 2018 pela Universidade Federal de Mato Grosso/Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (UFMT/REAMEC), Mestrado em Educação em Ciências e Matemática no ano de 2010 pelo Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI/UFPA), Especialização em Educação Matemática no ano de 2009 pelo mesmo instituto, Licenciatura Plena em Física no ano de 2007 pela Faculdade de Física da Universidade Federal do Pará (UFPA). É Professor Adjunto da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA) desde o ano de 2010, participando como Docente Permanente do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física/UFOPA na Linha de Pesquisa Tecnologias de Informação e Comunicação no Ensino-Aprendizagem de Física, do Programa de Pós-Graduação em Educação/UFOPA na Linha de Pesquisa Conhecimento e Formação na Educação Escolar e do Curso de Pedagogia/UFOPA nas unidades curriculares relacionadas ao ensino de ciências e de matemática. É Coordenador do projeto Laboratório Educacional de Modelagem Matemática (LEMM/UFOPA) e Líder do GEPEMM (Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelagem Matemática/UFOPA). Atualmente, pesquisa sobre modelagem na educação em ciências e matemática sob o olhar do dialogismo de Mikhail Bakhtin.

MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FÍSICA

Volume II

Efeitos na sofisticação argumentativa

Modelagem matemática no ensino de física:

efeitos na sofisticação argumentativa

No primeiro volume da coleção “Modelagem Matemática no Ensino de Física”, fez-se um estudo sobre as possibilidades e desafios do ciclo de modelagem na visão de futuros professores de física. Neste segundo volume da mesma coleção, o objetivo é compreender como o uso de múltiplos registros de representação pode favorecer à sofisticação argumentativa em ciclos de modelagem no contexto do ensino de física.

ISBN 978-659909788-1

9 786599 097881

Rfb Editora